

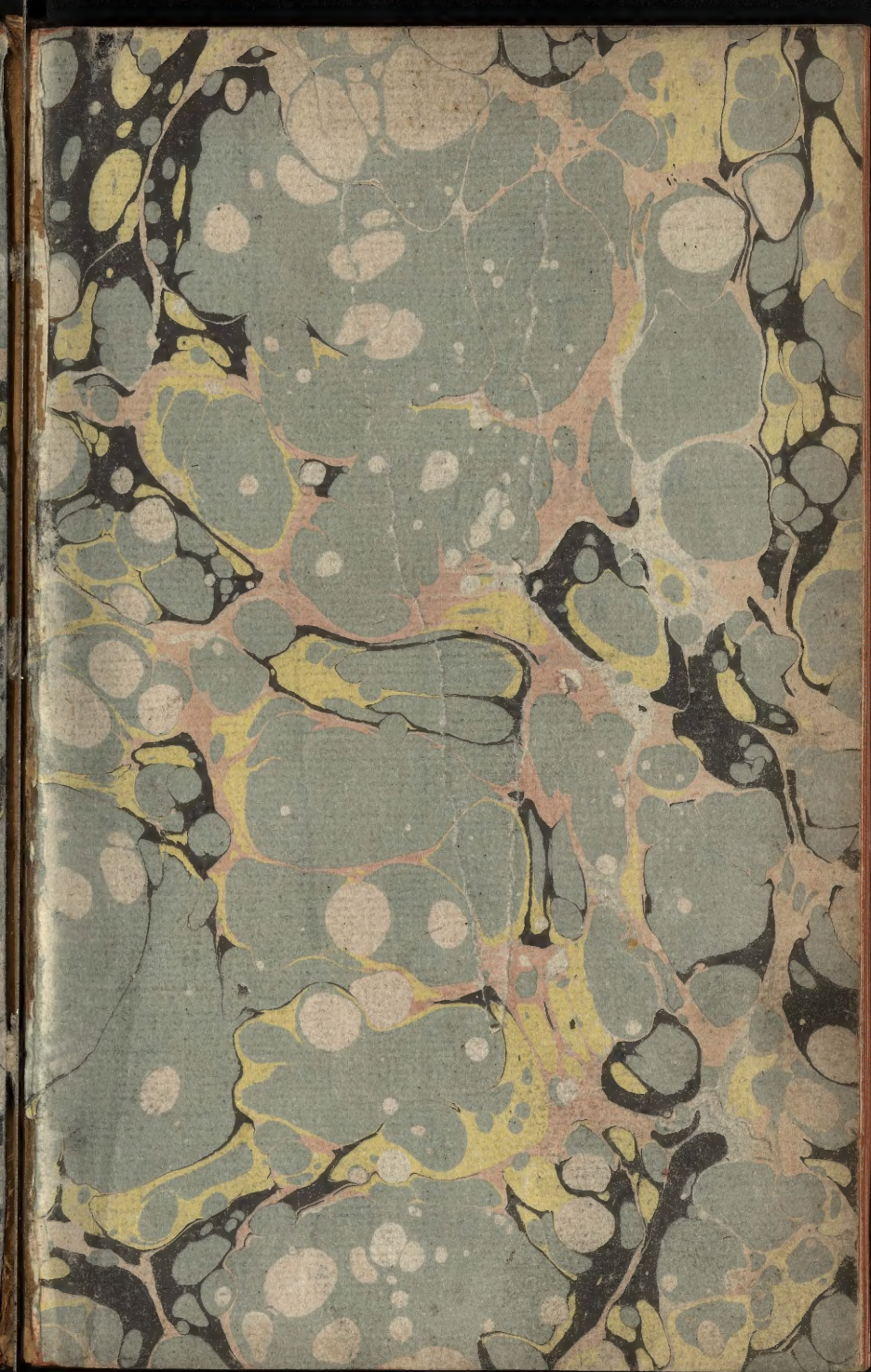


ШКАФЪ *Л.*

ПОЛКА *VIII.*

№ *6.*





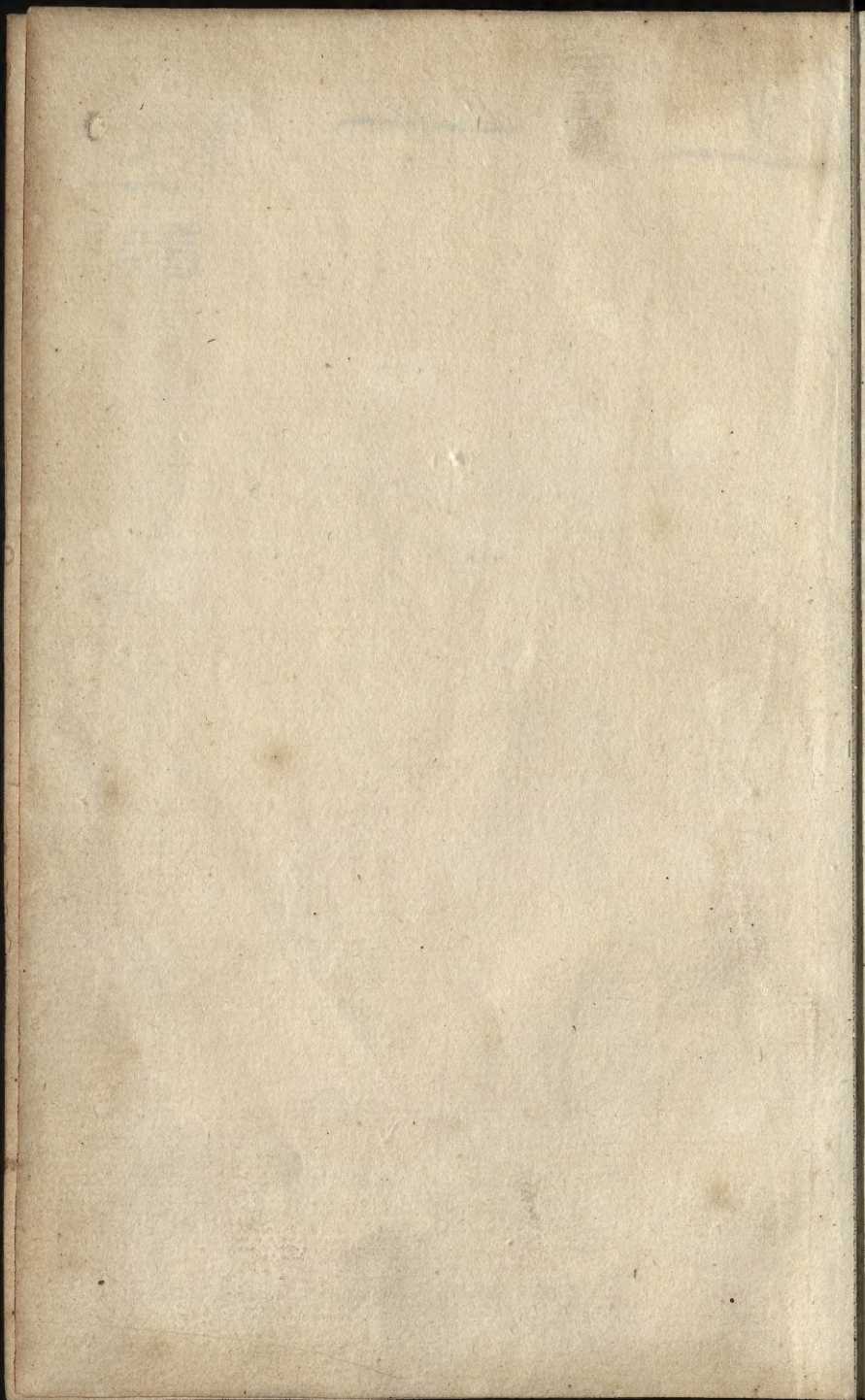
MK Y-8°

76 B

3-ii xij.

9. 11

E. 11.



ЮГ. ФРИДЕРИКА
ВЕЙДЛЕРА
ГЕОМЕТРІЯ

ПРОВЕРЕНО
175

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ

и

ПРАКТИЧЕСКАЯ,

ПЕРЕВЕДЕННАЯ

сѢ

ЛАТИНСКАГО ЯЗЫКА

МАГИСТРОМЪ

Что нынѣ Профессоромъ Экстраординарнымъ
и въсѣхъ Гимназій Инспекторомъ
Дмитріемъ Аничковымъ.

ФУНД. ЭНТАЛЬДЫ

Вн. библ.

Восто-Изн. нрвои Академии

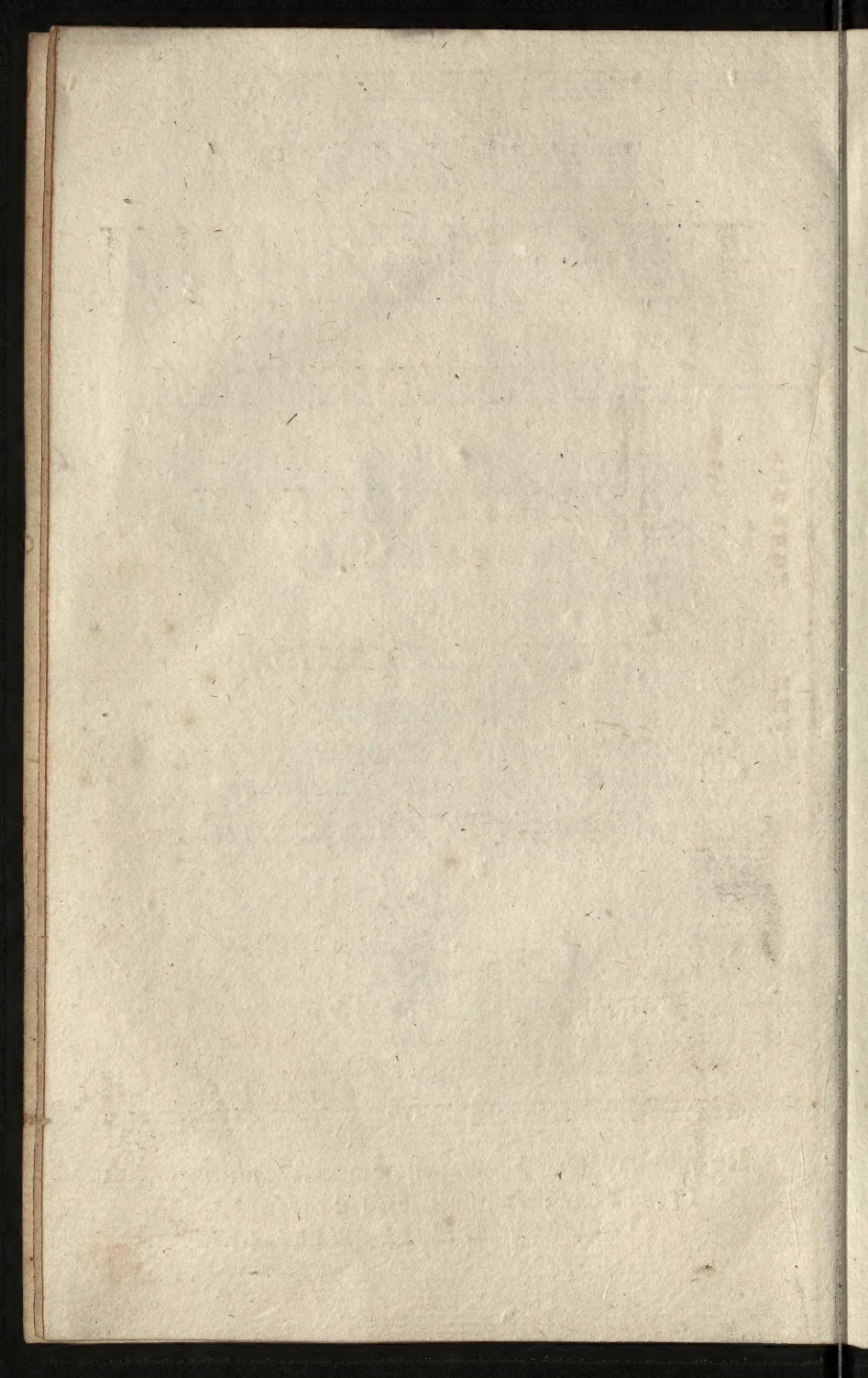
Р.К.К.А.

Инвентарь № 1220

1857 г.



Печатана въ Университетской типографіи
1776 году, иждивеніемъ книгопродавца
ХРИСТИАНА РИДИГЕРА.





ГЕОМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ ЕВТИМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ЛИНЪЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Геометрія есть наука о величинѣ, или пространствѣ, въ длину, ширину и площину протяженномъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 2. Протяженія, или количества не прерывнаго суть три рода: 1. *линья* (linea), или одна длина и простое протяженіе въ длину, ширины не имѣющее. 2. *Поверхность* (superficies), или такое протяженіе въ длину и ширину, которое отъ движенія линъй происходитъ и линъями, такъ какъ предѣлами, ограничивается. 3. *Тѣло* (corpus), или *толстота*

А 2

(solidum),

(solidum), то есть, протяженіе въ длину, ширину и толщину; или такое пространство, которое движеніемъ нѣкоторой поверхности опредѣляется и ограничивается со всѣхъ сторонъ поверхностями.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 3. Сии три вида протяженія, то есть, длина, ширина и толщина, называются *тремя измѣреніями* (tres dimensiones) величинъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 4. Чего для линіи одно измѣреніе, поверхность два, а толщина три измѣренія имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 5. Три вида протяженія доказываютъ, что суть три части Геометріи. Первая часть *Евклиметрія* (Euthymetria), разсуждаетъ о линіяхъ; къ ней же принадлежитъ и *Тригонометрія* (Trigonometria), или такая наука, которая показываетъ рѣшеніе разныхъ задачъ, въ разсужденіи треугольниковъ; вторая часть *Епирометрія* (Epirodometria) учитъ измѣренію поверхностей; третья часть *Стереометрія* (Stereometria), показываетъ измѣреніе всякой толщины.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 6. И въ преподаваніи Геометріи Теорія съ толкованіемъ Практики соединяется по самой справедливости; какъ для того, чтобъ употребленіе всякой истины скорѣе показанъ, такъ и для того, чтобъ правила для рѣшенія задачъ, изъ истинъ прежде показанныхъ, яснѣе видѣть можно было. Что въ сихъ начальныхъ основаніяхъ и наблюдается будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 7. Точка (punctum) есть предѣлъ линіи.

ПРИМѢ-

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 8. Имя точки есть слово Техническое и употребляется только при означеніи концовъ линіи, какъ то изъ шретьяго опредѣленія Эвклида сочин. видно, гдѣ концы линіи называются *точками*; и первое описаніе, по которому называется *точкою* то, что никакихъ частей не имѣетъ, хотя и порочатъ многіе; однако изъ шретьяго опредѣленія тогожъ Эвклида должно извѣщено быти.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 9. *Прямая линія* (linea recta) есть, которая ровно состоитъ между своими точками, или коей всѣ части къ той же послѣдней точкѣ прямо простираются. *Кривая линія* (linea curva) есть, коей части не ровно состоитъ между крайними точками. Происхожденіе линіи, чрезъ движеніе не раздѣльной точки, которую въ умѣ представляемъ, обыкновенно извѣщается.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 10. Слѣдовательно прямая линія есть самое крапчайшее протяженіе между двумя точками.

ПОЛОЖЕНІЕ I.

§. 11. Понеже, для измѣренія большихъ линій, мѣрою должны приняты быть нѣкоторыя меньшія линіи (§. 3. предув.); того ради потребно, чтобъ сіи мѣры обстоятельно опредѣлены были. И такъ въ Геометріи мѣрою линій должна принята быть *саженъ*, или *рута* (decempeda, sine Pertica), раздѣленная на 10 футовъ; для *футажъ* (pedem) 10 дюймовъ, а для *дюйма* (digitum, vel pollicem) 10 линій, или

гранопъ (lineas, vel grana) опредѣлишь должно. Знакъ сажени пусть будетъ (^o), фула (¹), дюйма (²), линьи (³). Изобрѣшеніе сихъ десятичныхъ мѣръ Такветъ приписываетъ сим. Спевину въ *Ариѳм.* на стран. 233. Но Валлизій въ *предуп. Алгеб.* на стран. 2. за изобрѣтателя оныхъ почитаетъ Іог. Кенисбергца.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 12. Чтобъ величина сей сажени извѣстна была, то во первыхъ надлежитъ опредѣлить длину фула, которой, по обыкновенію употребляющихъ, весьма различенъ сталъ быть. Чего ради художники употребили свое стараніе о томъ, чтобъ имѣть извѣстную пропорцію фуловъ вездѣ употребительныхъ, въ чемъ давно уже трудился Виллебрордъ Снеллій Ератосфена Голландскаго въ кн. 2. гл. 2. и 4. Онъ же на стран. 130. утверждаетъ, что Рейнландской, или Лейденской футъ равенъ древнему Римскому фулу, и раздѣливъ Рейнландской футъ на 1000 частей, для прочихъ опредѣляетъ подобныя соотношительствующія части. Но какъ самъ Снеллій явнымъ образомъ признается въ томъ на стран. 141. что онъ не могъ получить обстоятельныхъ мѣръ многихъ иностранныхъ фуловъ: то не можно и утверждаться на числахъ отъ него назначенныхъ. Чего ради на бесполезно будетъ здѣсь предложить содержанія нѣкоторыхъ фуловъ, отъ другихъ найденныя. Лондонской и Парижской футъсо держатся между собою, какъ 15: 16. Сравненіе Парижскаго и древняго Римскаго фула, Гассендъ въ кн. 5. о Перес. на стран. 131 изобразилъ чрезъ числа 1000 и 906. Гевелій въ *предуп.* о описаніи луны на стран. 12 пропорцію Гданскаго, Рейнландскаго и Парижскаго футовъ изображаетъ, какъ 914: 1000: 1055. Пикартъ въ

въ лутеш. Уран. на стран. 2. вмѣсто содержанія футовъ Парижскаго, Лейденскаго, или Рейнландскаго и Данскаго, употребляетъ слѣдующія числа: 720:696:709. Онъ же въ тракт. о мѣрахъ, присовокупилъ пропорцію слѣдующихъ футовъ: Глазскаго 636, Бононскаго Итал. 843, Шведскаго $658\frac{1}{4}$, Бриссельскаго $609\frac{3}{4}$, Амстердамскаго 629, Римскаго Капитолинскаго 653, и Римскаго пальма 494 $\frac{1}{4}$ Юг. Ейсеимида, о псахъ и мѣрахъ древнихъ Римлянъ, Грековъ и Жидовъ, на стран. 93. и слѣд. Парижскаго, Рейнландскаго, Лондонскаго и Римскаго футовъ такіе пропорціи имѣетъ, какъ 1440:1391:1350:1320. Бейеръ въ предуд. кабинет. Китай. на стран. 134. Китайскаго и Парижскаго футовъ содержаніе подтверждаетъ быть слѣдующее: какъ 676:639. При томъ см. ле Комп. о нынѣшнемъ состояніи Китая, т. II. стран. 82. Сравненіежъ Римскаго футовъ съ другими употребительнѣйшими опредѣляетъ Рикціолъ, въ кн. 2. гл. 2. испр. Геогр.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 13. Такимъ образомъ зная содержаніе двухъ футовъ и оныхъ сумму, копорую какая линія въ себѣ содержитъ, можно будетъ найти число футовъ другого рода, содержащихся въ той же линіи. Но для рѣшенія сей задачи; должно употребить тройное правило возвращительное (§. 166. Ариѣм.). Ибо чѣмъ больше какого Футовъ долгаго, тѣмъ меньшее число тѣхъ футовъ будетъ содержать какая линія. На пр. Дано 500 Лондонскихъ футовъ, требуется сыскать соотвѣтствующія имъ числа въ Парижскихъ футовъ. Понеже содержаніе Лондонскаго и Парижскаго футовъ есть, какъ 15: 16: то должно посылать обратнымъ образомъ $16: 15 = 500: 468\frac{2}{3}$

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 14. Въ Саксоніи Дрезденской и Лейпцигской футовъ сверхъ прочихъ въ употребленіи, и 15 футовъ Лейпцигскихъ соспавляютъ Саксонскую сажень;

машѣ же футѣ раздѣляется на 12. дюймовѣ. Для употребленіяжѣ практическаго каѣ сія, такѣ и другая всякая сажень обыкновенно раздѣляется на десять частей, и десятая часть оной на десять дюймовѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 15. Геодезистѣ, желающій безѣ ошибки измерять линіи на полѣ, долженѣ имѣть при себѣ землемерную цѣль (catenam metatoriam), составленную изѣ мѣдныхѣ, или желѣзныхѣ звеньевѣ. посредственной толщины, и чѣобѣ каждое звено длиною было вѣ одинѣ футѣ, или вѣ половину оного, а вся сажень по крайней мѣрѣ состояла изѣ пяти сажень, на свои знаки раздѣленныхѣ. Употребленіяжѣ веревокѣ долженѣ опасаться, которыя хошя и будучѣ варены вѣ маслѣ конопляномѣ; шокмо различными перемѣнамѣ подвержены бывающѣ, шо есмѣ, иногда корчась, а иногда распягающься.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 16. Изѣ вышепоказаннаго положенія двствуетѣ, что, когда сорны Геометрическихѣ мѣрѣ такуюжѣ, какѣ и простыхѣ числа, десятичную пропорцію имѣющѣ: то сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе оныхѣ мѣрѣ, чрезѣ сіе средство, весьма легкимѣ дѣлается, по елику приведеніе оныхѣ безѣ всякаго труда сдѣлано быть можетѣ. На пр. 2. сажени тоже значатѣ, что и 20' футовѣ, или 200" дюймовѣ, и проч. Положимѣ, что должно сложить числа, 2° 3' сѣ 4° 7' 6": то первое число, чрезѣ приложеніе кѣ нему нуля приводится вѣ такой меньшей сорѣ, какой вѣ другомѣ находится, и чѣобѣ дѣлается обыкновенное сложеніе, наблюдая припомѣ одно шокмо десятичное содержаніе. На пр. $2^{\circ} 3' 0'' + 4^{\circ} 7' 6'' = 7^{\circ} 0' 6''$. Равнымѣ образомѣ дѣлается и вычитаніе; умноженіежѣ и дѣленіе десятичныхѣ чиселѣ чрезѣ простыхѣ числа, ни мало не разнствуетѣ отѣ подобной практики простыхѣ чиселѣ. О прочемѣ во второй и третей главѣ Геометріи на своемѣ мѣстѣ обстоятельнѣе упомянуто будетѣ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 17. *Кругъ* *circulus*) есть кривая линія, которая кондомъ *A* прямой линіи *AC*, въ *Ф. 1.* точкѣ *C* утвержденной и около сей точки обведенной, описывается.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 18. Точка въ кругѣ средняя *C*, *центръ*, (*centrum*); кривая круговая линія, *окружность* (*peripheria*, *sive circumferentia*); прямая линія *BCD*, проведенная чрезъ центръ *C*, отъ одной точки окружности *B* къ другой противоположенной *D*, *поперешникъ* (*diameter*); половинная того поперешника часть *BC*, *полупоперешникъ* (*semidiameter*, *vel radius*); и наконецъ прямая линія *EF*, проведенная также отъ одной точки окружности ко всякой другой противоположенной точкѣ той же окружности, *хорда* (*chorda*, *vel sustenta*) называется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 19. Слѣдовательно всякой окружности точки въ равномъ разстояніи находящагося отъ центра, или центръ есть въ срединѣ круга, и полупоперешники одного круга равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 20. Поперешникъ, поколику проходитъ чрезъ центръ, или чрезъ средину круга, раздѣляетъ оной на двѣ равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 21. И на прямой линіи *BD*, изъ центра на ней же центра *C*, можно описать только полукруга. Доказательство сего предложенія, сочиненное Галесомъ, Кларкомъ выводилъ изъ Прокла къ Евклиду. Кн. 1. опред. 17.

ПОЛОЖЕНИЕ 2.

§. 22. Окружность всякаго круга Геометры раздѣляютъ на 360 частей (*) равныхъ, которыя называются *градусами*. Чего ради половинѣ круга 180, а четверть, то есть, четвертой части круга 90 *градусовъ* приписываютъ. Всякой градусъ 60 минутъ, и всякая минута 60 секундъ въ себѣ содержитъ. Знакъ *градусовъ* есть ($^{\circ}$), *минуты*жъ одною палочкою ($'$), *секунды* двумя ($''$), а *терціи* тремя палочками ($'''$) означаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

Ф. 2. §. 23. *Параллельныя линіи* (Parallelae) суть тѣ, которыя, будучи какъ далеко ни протянуты, всегда имѣютъ между собою одинакое разстояніе. *Параллельные круги* (circuli paralleli), воособливости *Концентричные* (Concentrici) называются, поелику оныя изъ одного тогожъ центра, токмо различными полупопешниками описываются.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 24. Прямыя параллельныя линіи, будучи по изволенію съ обѣихъ сторонъ какъ далеко ни протянуты, ни съ которой стороны одна съ другою не сходятся.

ЗАДАЧА I.

Ф. 4. §. 25. Дано разстояніе параллельныхъ линій, проести оныя.

РѢШЕНІЕ.

На прямой линіи А С возьми циркулемъ данное разстояніе параллельныхъ линій,

и

(*) Древность сего раздѣленія явствуетъ изъ Плин. кн. 2. гл. 23. и изъ Птолом. кн. 1. гл. 9. о сложн. величин.

и поставивъ одну ножку циркула на линѣи АС, онымъ раствореніемъ циркула, такъ какъ полупоперешникомъ, начерши дуги В и D; помѣмъ на крайнія точки тѣхъ дугъ положивъ линѣйку, чрезъ оныя провели линѣю BD, которая будетъ параллельна съ другою данною (§. 19.). Ч. н. с.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 26. Проводятся также параллельныя линѣи, помощію двухъ линѣй, поперегъ между собою связанныхъ; также помощію чертежной доски, которая по Нѣмецки называется (Reisbret). Но рѣдко такую доску столяры дѣлаютъ исправно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ. X.

§. 27. Параллельнымъ линѣямъ противоположаются линѣи *наклоненныя* (inclinatae) и *сближающіяся* (convergentes) АВ и CD, которыя въ иномъ мѣстѣ больше, а въ другомъ меньше другъ отъ друга состоятъ. Также *собирающіяся* (concurrentes) EF и GF, которыя въ одной точкѣ собираются, и *прикасающіяся* (contingentes), изъ которыхъ одна прямая, а другая кривая, или обѣ кривыя, и въ одной точкѣ между собою соединяются такъ, что ни одна другой не пересѣкаетъ, сколько бы обѣ оныя далеко протянуты ни были. Наконецъ *пересѣкающіяся* (secantes), которыя взаимно между собою пересѣкаются.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

§. 28. Уголъ (Angulus) называется изъ двухъ собирающихся линѣй одной къ другой наклоненіе; какой происходитъ, когда двѣ линѣи

линіи А С и В С, будучи въ точкѣ С соединены. движеніемъ круговымъ одна отъ другой взаимно раздвигаются такъ, что центръ движенія будетъ въ точкѣ соединенія. Тотъ уголъ называется *прямолинейной* и *плоской* (*rectilineus & planus*), которой замыкаютъ двѣ прямыя линіи, а *криволинейной*, или *сферической* (*curvilineus, vel sphaericus*), которой заключается между двумя дугами круга. Бока, между которыми замыкается уголъ, называются *ведра* (*crura*), и почка С, въ которой соединяются бедра, *верхъ угла* (*vertex anguli*) именуется.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 29. Количество угла познается, когда величина круговой дуги АВ опредѣляется, и чѣмъ больше, или меньше бываетъ оная дуга, тѣмъ больше, или меньше будетъ уголъ той дугѣ соопвѣствующій. Равные жѣ углы называются тѣ, которые имѣютъ равныя дуги, или мѣры.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 30. Наблюдая одно наклоненіе линій, хотя бока какаго угла продолжены, или сокращены будутъ, количество онаго тѣмъ самымъ не увеличивается и не уменьшается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 31. Происходилъ споръ объ углѣ прикосновенія Н. которой заключается между дугою круга и касательною линіею, можетъ ли онъ причисленъ быти къ угламъ? Сей вопросъ подтверждаѣтъ Клавій, а опровергалъ Пелешарій. Съ симъ и мы по справедливости согласуемъ, поколику такого касательнаго угла нѣтъ, которой бы подлежалъ измѣренію. Валлизій въ 1. том. оптик. на стран. 695. говоритъ, что Клавію никакого вспоможенія не дѣлаетъ опредѣленіе Евклидова, которой въ книг. 1. опред. 8. уголъ называется *наклоненіемъ линій* (*уракцій κλίσις*), поколику изъ слѣдующихъ той-

же книги предложеній ясно разумѣть можно, что Эквидъ вездѣ упоминаетъ о такомъ углѣ, копорой измѣряется дугою. См. Таквеш. Элемен. Геом. кн. III. предл. 16.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 32. Когда уголъ означается тремя литерами, которыя надъ линиями заключающими уголъ нацписываются, то та литера среднее мѣсто занимать должна, копорая при верьху угла находится.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 33. Чтوبъ рѣшеніе задачъ практической Геометрии лучше разумѣть: то не бесполезно будетъ здѣсь кратко описать самонужнѣйшіе инструменты, которые находятся въ употребленіи у Геометристовъ, оставя между шѣмъ изображенія оныхъ, поелику въ лекціяхъ предъ глаза представить оныя, также о составленіи и употребленіи оныхъ упомянуть заблагодарасуждается.

1. Желакцій научившійся Геометрической практикѣ во первыхъ долженъ стараться о томъ, чтобъ имѣть при себѣ ящичекъ: въ которомъ бы находились два циркула (circini), изъ коихъ у одного одна копорая нибудь ножка дѣлается подвижная; лѣро чертежное (reppa), полукружіе (semicirculus), раздѣленное на цѣлое и половинные градусы, копорое вообще называется Транспортиромъ (Transportatorium), наугольникъ, или образецъ (norma), масштабъ (scala), на которомъ и мѣры дюймовъ и копорыхъ знаменитѣйшихъ футовъ изображены, также параллелизмъ (parallelismus) (§. 251).

2. Пошомъ долженъ имѣть въ то ожности четвъреугольной столѣ (mensulam quadrangularem), въ полтора футовъ на трехъ ножкахъ утвержденной такимъ образомъ, что въ положеніе параллельное и вертикальное съ горизонтомъ удобно можно приводить оной. Изобрѣтеніе сего споліка Гог. Препорію приписывается Дан. Шенперъ въ прак. 3 прак. Геом. на стр. 637.

3. Чѣобѣ на семѣ сполнкѣ можно было чер-
титѣ линѣи, соопѣвѣснующія усмошреннымѣ на
полѣ, по дожна бытѣ линѣйка (regula) деревянная,
или мѣдная съ діоптрами, копорыхѣ скважины по
концамѣ, или краямѣ той линѣйки находящяся.

4. Сверхѣ того доженѣ имѣтѣ нѣсколько
кошлѣвъ (baculos), длиною по пяти футовѣ, съ
низу окованныхѣ желѣзомѣ, которые потребны
для означенія линѣи на полѣ.

5. О землемѣрной цѣпи ужѣ сказано (§. 15.).

6. Также, чѣобѣ удобнѣе можно было приво-
дитѣ показанные инструмены въ положеніе гори-
зоншальное и вертикальное, потребенѣ патерласѣ
или отѣтѣз (libella), и нипочка, на которой ви-
ситѣ гирька. Показанной ватерпасѣ можѣтѣ сдѣланѣ
бытѣ многими образами, и гораздо удобнѣе, еспѣ-
ли съ одного боку наугольника будѣтѣ приѣшлена
на нипочкѣ гирька, которая показываѣтѣ тогда
горизоншальное положеніе основанія, когда она под-
ходитѣ къ перпендикулярной линѣи; о чѣмѣ нѣже се-
го въ Идравликѣ пространнѣе упомянуто будѣтѣ.

7. Но хопя сими не многими инструменнами
можно дѣлатѣ и совершатѣ измѣренія полей; од-
нако иногда потребно бываѣтѣ и величину угловѣ
означатѣ числомѣ градусовѣ, сколько они въ себѣ
содержатѣ, что дѣлаетѣя помощію цѣлаго круга,
или полуокружія на цѣлые градусы, на шестыя и
десятыя оныхѣ части раздѣленного, при копоромѣ
находящяся двѣ пары діоптрѣ, одна подвижная, (та-
кая линѣйка которая имѣѣтѣ подвижные діоптры,
называется *Алгидадю* (Alhidada), а другая не п д-
вижная. Сей инструментѣ вообще называется *Астро-
лябію* (Astroladium); поелику въ древнія времена
подобные инструмены употребляемы были для
смощренія звѣздѣ.

8. При Астролябіи обыкновенно бываѣтѣ *Ком-
пасѣ* (Compassus), или *магнитная коробочка* (pyxis,
magne-

magnetica), въ которой стрѣлка, магнитомъ напеч-
тая, по срединѣ круга на градусы раздѣленного,
находится утвержденная на шпилькѣ. Она стрѣл-
ка какъ для означенія странъ свѣта, такъ и для
выскасиіи величины угловъ потребна.

9. Дѣлается также такая коробочка, въ ко-
торой магнитная стрѣлка содержится, съ двумя не-
подвижными діоптрами, на меридіональной линіи
утвержденными, безъ Астролябіи, и тогда назы-
вается *корабельнымъ компасомъ* (Bouffole)

10. Наконецъ, для измѣренія такихъ угловъ,
коихъ бока вверхъ простираются, служилъ ква-
дрантъ (quadrans), или четвертая часть круга, на
90 градусовъ, и на меньшія оныхъ части раздѣлен-
ная, имѣющая также діоптры и гирьку приушчен-
ную на ниточкѣ. Но сіи и другіе инструменты на-
рочно описываетъ Николай Бюиъ въ особливои книгѣ,
о составленіи и употребленіи Математическихъ
инструментовъ, которую съ Французскаго языка
на Нѣмецкой перевелъ, и изрядными дополненіями
умножилъ слав. Доппельмаіеръ, и подъ именемъ,
der Mathematischen Werkschule, издалъ въ Нюримбергѣ
1713, 1717. и 1723. год. въ 4. На Французскомъ же
языкѣ вышла въ Парижѣ 1709. год. въ 8.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 34. Уголъ прямой (Angulus rectus)
есть, когда прямая линія АВ на другой Ф. 13.
СД стойтъ такъ, что ни на которую сто-
рону не наклоняется. Прямая линія АВ,
такимъ образомъ на другой стоящая, пер-
пендикулярною, или отпѣсною (perpendicula-
ris, vel normalis) называется.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 35. Инструментъ сдѣланной изъ двухъ пер-
пендикулярныхъ линіекъ, прямой уголъ составляю-
щихъ, на угольникѣмъ (поппа) называется (§. 33.)

Випру-

Витрувій в кн. 9. гл. 2. изобрѣшашелемъ сего инструмента почишаетъ Пиеагора.

ТЕОРЕМА I.

Ф. 20. §. 36. Мѣра прямого угла есть четверть круга, или 90 градусоѡ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линія CD на другой AB восставленная перпендикулярно ни на которую сторону не наклонится; то она съ обѣихъ сторонъ дѣляетъ углы ACD и DCB между собою равные (§. 28.). Но на линіѣ AB , изъ взяннаго на нейже центра C , можно описать только полукруга (§. 21.); следовательно съ обѣихъ сторонъ прямому углу C , вмѣсто мѣры соопвѣствуетъ половинная дуга полукруга, или четверть круга (§. 22.). Ч Н Д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

Ф. 14. §. 37. Уголъ прямого больше CDB , тупой (*obtusus*), а прямого меньше CDA , острый (*acutus*) называется. Оба сїи углы также косыми углами (*anguli obliqui*) называются.

ЗАДАЧА II.

§. 38. Пропести перпендикулярную линію.

РѢШЕНІЕ I.

Ф. 15. Положимъ, что на линіѣ AB изъ точки C должно восставить перпендикулъ. Возьми циркулемъ съ обѣихъ сторонъ отъ точки C равныя части AC и CB , и изъ A и B по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула начерпи дуги, пересѣкающія себя въ D , откуда проведи линію DC , которая будетъ

будетъ желаемая перпендикулярная линия. Ч. н. с.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по изволению взятыя растворенія циркула AD и DB суть равныя, и $AC = CB$: то видно, что линия DC стоитъ на другой такъ, что ни на которую сторону не наклоняется (§. 34.).

РѢШЕНИЕ 2.

Скорѣе можно возсавить перпендикулярную линію помощію наугольника (§. 35.).

ЗАДАЧА III.

§. 39. Раздѣлить данную прямую линію AB на двѣ равныя части.

РѢШЕНИЕ.

Раствореніемъ циркула, которое бы больше $\frac{1}{2} AB$, половины данной линіи было, изъ обѣихъ крайнихъ точекъ A и B сдѣлай разрѣзы сверху и снизу пересѣкающіеся въ D и E , и потомъ проведи линію DE , которая данную линію AB раздѣлитъ на двѣ части $AC = CB$. Ч. н. с.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линія DE къ прямой линіи AB есть перпендикулярна, понеже она ни на которую сторону не наклоняется, то есть, поелику точки D и E равно отстоятъ отъ крайнихъ точекъ A и B (§. 34. 36.); слѣдовательно каждая точка оной линіи въ равномъ разстояніи отъ A и B находится (§. 9.). По чему C есть въ срединѣ линіи AB . Ч. н. д.

ЗАДАЧА IV.

§. 40. Вымѣрять прямолинейный уголъ.

Б

РѢШЕ-

РѢШЕНІЕ.

1. На *гумагѣ*, или на *доскѣ*. Къ точкѣ соединенія боковъ угла приложи *центрѣ* *транспершира*, а *поперешникѣ* онаго положи на *кошорой* ни будь *бокѣ*, и на *окружности* подукружѣя сочни *градусы*, и *часни* *оныхъ*, *кошорыя* между обоими боками содержащія, *чрезъ* что *будетъ* *извѣстно* количество угла.
2. На *полѣ*. *Послѣ* того, какъ *бока* угла *колями* *перпендикулярно* *вопкнутыми* *будуиъ* *означены*, въ *верьху* онаго угла *поставь* *столикѣ*, и на *ономъ* *чрезъ* *вопкнутую* *шпильку* *означь* *точку*, *кошорая* *бы* *соотвѣтствовала* *верьху* *измѣряемаго* *угла*, и *приложивъ* *къ* *оней* *шпилькѣ* *линейку* *съ* *дѣлштрами*, по *положенію* *линейки* *назначенныхъ* на *полѣ*, *проведи* на *ономъ* *столикѣ* *другія* *линейки*, *кошорыя* *будуиъ* *изображати* *подобный* *уголѣ*, *кошорый* *послѣ* *того* *должно* *вымѣрять* *трансперширомъ*, или *подукружіемъ*. Или *другимъ* *образомъ*: въ *верьху* угла *поставь* *Астролябію*, и на *бока* его *наведши* *дѣлштры*, *сочни* *потомъ* *градусы* и *минуты* *содержащія* *я* *между* *тѣми* *линейками*, на *кошорыя* *наведены* *дѣлштры*.
3. Ф. 27. Когда жъ *одинъ* *угла* *бока* *А С* *отъ* *плоскости* *къ* *верьху* *поднимается*, то въ *такомъ* *случаѣ* *принимается* *въ* *помощь* *квадрантъ*, и *чрезъ* *дѣлштры* *усматривается* *высоты* *точка* *А*, тогда *нишочка* *С Е*, на *кошорой* *привѣшена* *гирька*, на *дугѣ* *того* *квадранта*

та DF отрѣжетъ число градусовъ для
измѣряемаго угла,

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже для измѣренія угла потребно
только опредѣленіе величины дуги, кою-
рая углу, такъ какъ мѣра противопологае-
ся (§. 8), и изъ описанія инструментовъ,
употребленіе которыхъ теперь показано,
явствуемъ, что помощью сихъ находящихся
цѣлые градусы и части сныхъ, которыми
нѣкая дуга опредѣляется; того ради не
можно имѣть никакого сомнѣнія о справед-
ливости двухъ первыхъ рѣшеній. Въ разсу-
жденіи жъ претяго рѣшенія надлежитъ
примѣчать, что, когда углы GCF и DCE
суть прямые и равны между собою, (поко-
лику чрезъ опытъ извѣстно, что гирька на
ниточкѣ привѣшенная всегда перпендикулъ
къ линіѣ съ горизонтномъ параллельной BCG
означаетъ; объ углѣ жъ квадранта см. §. 4,
и 33. нум. 10), и линія DC столько описываетъ
отъ перпендикула CF , сколько CE отъ линіи
 CG : то углы GCE и DCF суть равны между
собою (§. 28. 29.). Но вскорѣ и изъ другого
начала доказано будетъ, что углы ACB
и GCE ; которыхъ верьхи противополога-
ются суть руины (§. 48); слѣдовательно
дуга DF есть мѣра угла ACB (§. 23. Ариѳ.).

ЗАДАЧА V.

§. 41. Сдѣлать уголъ равный другому дан-
ному углу

РѢШЕНІЕ.

Начерти дугу равную мѣрѣ даннаго угла,
на бумагѣ помощью транспортира, а на

В 2 полей

полѣ чрезѣ споликѣ, или чрезѣ Астролябію, и попомѣ удобно можно будетѣ прибрать бока для того угла:

Ф. 13.
19.

Особливѣжѣ на бумагѣ рѣшится сія задача однимѣ циркулемѣ; то есѣ, данному углу А С В сдѣлаешь равный уголѣ, ежели взятымѣ по изволенію распвореніемѣ циркула А С, одну его ножку поставивѣ въ верху С, начершишь дугу А В, и попомѣ на линіѣ *св* тѣмже полуперешникомѣ изѣ с опишешь дугу *ав* равную А В и проведешь бока *са* (§. 29.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 42. Углы смѣжные (*anguli contigui*) суть тѣ, которые находятся при общемѣ бока. На пр- у и х.

ТЕОРЕМА II.

§. 43. Когда прямая линія А В на другой прямой линіѣ D С состоящая дѣлаетѣ углы смѣжные х и у: то они вмѣстѣ пзятые равняются двумѣ прямымѣ угламѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже на линіѣ С D, изѣ взятаго на ней же центра, можно описать только полукруга (§. 21.); слѣдовательно всѣ углы, которые происходятѣ отѣ соединенія прямыхѣ линій въ точкѣ В, мѣрою имѣютѣ полукруга (§. 29.) и равняются двумѣ прямымѣ угламѣ (§. 33.). Ч. и. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 44. Если бы будущъ два только смежные угла, и одинъ изъ нихъ прямой: то будущъ и другой такъ же прямой.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 45. Если бы изъ смежныхъ угловъ одинъ уголъ острый: то другой будущъ тупой; и зная одинъ уголъ, будущъ другой дополненіемъ къ 180 градусамъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 46. Когда внизу линіи, отъ линій, взаимно себя пересѣкающихъ, произойдутъ смежные углы o и s : то и они будущъ также равны двумъ прямымъ уг- Ф. 22.
ламъ. И все углы, какъ въверху, такъ и внизу о-
ной линіи находящіяся, и отъ прямыхъ линій, кото-
рыя взаимно себя въ тойже точкѣ пересѣкаютъ, про-
изведутъ, по коликѣ мѣрою имѣющъ цѣлый кругъ, вмѣ-
стѣ взятые, равняются чetyремъ прямымъ угламъ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕ XV.

§. 47. Углы при верьху противополо-
женныя (*anguli ad verticem oppositi*) суть тѣ. Ф. 22.
которыхъ верьхи противопологаются, и
происходятъ отъ линій, взаимно себя
пересѣкающихъ. На пр. n и s , также m и o .

ТЕОРЕМА III.

§. 48. Углы пертикальные (*anguli ver-
ticales*) противоположенныя, суть равны
между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже смежные углы $n + m = 180^\circ$
(§. 43), и $m + s = 180^\circ$: то отъ сихъ
равныхъ угловъ отнявъ общій уголъ m ,
останутся равные n и s (§. 26. Ариѳ.). Рав-
нымъ образомъ доказывается, что $m = o$. Ч.
н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 49. Треугольникъ плоскій (triangulum planum) есть фигура тремя прямыми линиями окруженная. Линія, на которой дѣлается утверждение, *основаніе* (basis), а прочія двѣ линіи, *бока*, или *бедра* (crura) называются; верхняяжъ почка, которая противопоставляется основанію, *верхъ* (vertex) именоваться будетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

Ф. 23. §. 50. Треугольникъ, въ разсужденіи боковъ, есть либо *равносторонній* (aequilaterum), который имѣетъ всѣ три бока равные, либо *равнобедренный*, или *равнобочный* (isosceles), который имѣетъ два только бока равные, либо *неравносторонний*, или *разносторонний* (scalenum), который имѣетъ всѣ три бока неравные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

Ф. 26. §. 51. Треугольникъ, въ разсужденіи угловъ, есть либо *прямоугольный* (rectangulum), въ которомъ одинъ уголъ находится прямой, либо *остроугольный* (acutangulum), въ которомъ всѣ три угла острые, либо *тупоугольный* (obtusangulum), въ которомъ одинъ уголъ находится тупой.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

Ф. 26. §. 52. Треугольника прямоугольнаго самая большая линія АС, которая противопоставляется прямому углу, *ипотенузою* (hypotenusa) называется. Въ томъ же прямоугольномъ треугольникѣ бока перпендикулярный, при прямомъ углѣ находящійся, на пр. АВ или ВС, *катетомъ* (cathetus) именуется

ТЕОРЕМА IV

§. 53. Во всякомъ треугольникѣ два бока имѣютъ пятыя суть больше остальнаго.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линія AC есть самая Ф. 26. крайняя, которая соединитъ между двумя точками (§. 10.): то слѣдуетъ, что всякая линія, которая, кромѣ прямой, соединитъ двѣ тѣ точки, имѣетъ большее протяженіе. И потому $AB + BC > AC$. Ч. н. д.

ЗАДАЧА VI.

§. 54. Начертить треугольникъ изъ трехъ данныхъ линій, изъ которыхъ двѣ которыя нибудь пятыя имѣетъ суть больше, нежели третья остальная.

РѢШЕНІЕ.

1. Большую изъ данныхъ линій I возьми Ф. 29. за основаніе АВ.
2. Потомъ смѣряй циркулемъ другую линію 2, и симъ расшвореніемъ изъ одной крайней основанія точки А начерши дугу въ С.
3. Наконецъ также взявъ циркулемъ третью линію 3, тѣмъ же расшвореніемъ изъ другой крайней точки В пересѣки первую дугу, и къ точкѣ разрѣза С изъ обѣихъ крайнихъ основанія точекъ проводи бока АС и ВС. Такое составленіе являетъ изъ опредѣленія треугольника.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. Равнымъ образомъ треугольникъ равносторонный, зная одну только линію, и треугольникъ равнобедренный, когда будутъ даны двѣ линіи, начертить можно.

Ибо въ равносѣоренномъ треугольникѣ одна та же линия употребляется при разѣ, а въ равнобедренномъ треугольникѣ съ обѣихъ сторонъ возсталяется на основаніи одинакой бока.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 56. Сходственные фигуры (congruae figurae) суть тѣ, изъ которыхъ одна, будучи приложена къ другой, точно съ нею сходствуемъ, такъ что ежели одна на другую положена будетъ, вся всю закроетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Такое сходство фигуръ требуетъ точнаго равенства какъ цѣлой фигуры, такъ и каждой ея части; и ежели о какихъ ни будь фигурахъ можно доказать, что онѣ сходствуютъ: то тѣ фигуры должны быть равны между собою.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 58. Нѣкоторые сию Аксіому почитаютъ тѣмъною, и содержаніе количествъ, изъ которыхъ одно къ другому взаимно прилагывается и одно на другое полагается, такъ какъ механическое и Геометріи прѣотивное выводять. См. Гуц. доказ. епанг. Аксіом. 4. §. 2. стран. 26. Но того не требуется, чтобъ самымъ цѣломъ одна фигура полагалась на другую, но однимъ только воображеніемъ должно дѣлать такое сравненіе, и такимъ образомъ точное фигуръ сходство получается.

ТЕОРЕМА V.

Ф. 30^а
31 §. 59. Ежели въ двухъ треугольникахъ ABC и DEF одинъ уголъ B будетъ равенъ одному углу E, и два бока AB и BC, равны двумъ бокамъ DE и EF: то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.

ДОКА.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже бока $AB = DE$ и $BC = EF$ сходны между собою, по причинѣ равенства (§. 57.), и уголъ В сходенъ съ угломъ Е: то точка А на точку D, и точка С на точку F упадетъ; слѣдовательно линія АС сходствуетъ съ линіею DF (§. 10.), и также углы А и D, С и F сходствуютъ, и цѣлые треугольники суть равны между собою. Ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 60. Если въ двухъ треугольникахъ два угла равны между собою, на пр. $B = E$, $C = F$ и бока ВС равны боку EF: то и цѣлые треугольники будутъ равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Съ предыдущимъ точно сходствуетъ. Ибо сдѣлавъ сравненіе обѣихъ фигуръ, можно будетъ видѣть, что всѣ части обѣихъ треугольниковъ сходствуютъ между собою, изъ чего заключается равенство ихъ частей и цѣлаго.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 61. Что въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ всѣ бока равныя, будутъ и углы, между равными боками содержащіеся, и цѣлые треугольники равными между собою, о томъ какъ самое составленіе такого треугольника показываетъ, такъ и ниже сего доказано будетъ (§. 127.).

ЗАДАЧА VII.

§. 62. Сдѣлать треугольникъ равный данному.

Ъ 5

РѢШЕ.

РѢШЕНИЕ.

Сдѣлай уголъ Е равный углу В, и бока DE и EF равные бокамъ АВ и ВС, и будутъ преугольники равные (§. 59.). Или, сдѣлай два угла равные двумъ угламъ и одинъ бокъ равный боку другого преугольника, такимъ образомъ на конецъ произойдутъ равные преугольники (§. 60.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 63. Для рѣшенія предложенной задачи на бумагѣ потребенъ только пренятный циркуль, помощію котораго всякая преугольная плоская фигура взята, и по изволению можешь перенесена быть на другое мѣсто.

ТЕОРЕМА VII.

Ф. 32. §. 64. Углы А и В, которые въ равнобедренномъ треугольникѣ находятся при основаніи, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Начерпивъ дугу круга АВ, возьми на ней же дуги АЕ и ЕВ равныя, потомъ изъ центра С проводи полупересечники СА и СВ, и точки А и В соедини прямою линіею, такимъ образомъ сдѣлается равнобедренный треугольникъ АВС (§. 20. 50.). Наконецъ изъ центра къ срединѣ дуги проводи линію, точками означенную СDE: то будутъ углы х и у равны между собою, поелику имѣющіе равныя мѣры АЕ и ЕВ (§. 29.). Чего ради, понеже $АС = СВ$, и линія CD есть средняя и общая, треугольники CAD и CBD сходны между собою (§. 59.), и слѣдовательно уголъ А равенъ углу В. Ч. и. д.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 65. Понеже двѣяе треугольники равны между собою, и углы смежные при D суть равные и прямые (§. 44), и бока AD и DB сходствуюшѣ; того ради линія CE есть перпендикулярная, которая, будучи проведена изъ центра, и хорду ADB пересѣкая на двѣ части, пересѣкаетъ и дугу той хордѣ противоположенную AEB на равныя части. И обратно, линія пересѣкающая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ проходитъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 66. Понеже равносѣторный треугольникъ есть также равнобедренный; того ради явствуетъ, что въ равносѣторномъ треугольникѣ всѣ углы равны между собою, кажимъ образомъ оный ни будетъ поставленъ.

ЗАДАЧА VIII.

§. 67. Раздѣлить данной уголъ на двѣ части.

РѢШЕНИЕ.

Изъ верьху угла F начерти дугу HG, и взя- Ф. 33.
тымъ по изволенію раствореніемъ одну ножку циркула поставивъ въ H и G, начерти другою ножкою онаго дуги, пересѣкающія себя въ точкѣ I, и изъ оной къ верьху угла F проводи линію, которая раздѣлитъ уголъ F на двѣ части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$FH=FG$ (§. 19.), и $HI=GI$, по положенію, и линія FI общая обоимъ треугольникамъ HFG и GFI, и $\triangle HFG$ сходенъ съ $\triangle GFI$ (§. 61.): то и уголъ $HFI=GFI$.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки I и F находяшяся надъ серединою хорды и дуги HG, по конспрукціи: то прямая линія IF, которой всѣ части лежатъ ровно, пересѣкаетъ дугу HG на двѣ части, слѣдовательно и уголъ той дугѣ противоположенный. Ч. и. д.

ЗАДА.

ЗАДАЧА IX.

§. 68. Написать въ кругѣ пелкій плоскій треугольникъ.

РѢШЕНИЕ.

Ф. 34. Раздѣли два въ треугольникѣ бока АВ и АС на двѣ части прямыми перпендикулярными линіями (§. 38.), и гдѣ онѣ соединяются, тамъ будетъ центръ m круга, копорой около того треугольника описать должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ ужé написанъ въ кругѣ: то всѣ бока его не что иное будутъ, какъ хорды противоположенныхъ дугъ (§. 18.). Но перпендикулярная линія, пересѣкающая хорды на двѣ части, проходитъ чрезъ центръ (§. 65.); следовательно, гдѣ двѣ такіа перпендикулярныя линіи соединяются, тамъ будетъ центръ круга.
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 69. Равнымъ образомъ всякіа три точки, не въ прямой линіи поставленныя, могутъ захвачены быть окружностію круга.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 70. И даннаго круга, или всякой дуги искомый центръ находится, естли двѣ хорды подъ тою дугою проведены и прямыми перпендикулярными линіями будутъ раздѣлены на двѣ части.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

Ф. 35. Прямая поперечная линія EF, пересѣкающая двѣ параллельныя линіи АВ и CD, дѣлаетъ восемь угловъ, четыре внѣшнихъ, внѣ параллельныхъ, и четыре внутреннихъ, внутрѣ параллельныхъ линій. Два внутренніе u и y , s и x , находящіеся при

при томъ же бокѣ, называются *при одной сторонѣ положенные* (*ad eandem partem positi*). Но внутренніе x и u , s и y , изъ которыхъ одинъ подлѣ поперечной линіи внизу съ одной, а другій вѣверху съ другой стороны, и обратно, находятся, называются *Алтерни* (*Alterni*).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 72. Внѣшній уголъ o равенъ внутреннему противоположенному x , который находится при одной и той же сторонѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что линія АВ равнымъ движеніемъ упадетъ на другую линію CD, а линія EF между шѣмъ пребываетъ не подвижна; такимъ образомъ уголъ o упадетъ на уголъ x и съ онымъ сохлстнется; слѣдовательно внѣшній уголъ равенъ внутреннему противоположенному (§. 57.). То же доказывается и обѣ углахъ r и y .
Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 73 Внѣшній уголъ o если также равенъ внѣшнему противоположенному w . Понеже $w = x$ (§. 43 и 23. Аріе.)

ТЕОРЕМА IX.

§. 74. Углы алтерни u и x равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o = u$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.). то будетъ также $u = x$ (§. 23. Аріе.). Равнымъ образомъ доказывается, что $s = y$.
Ч. н. д.

ТЕО.

ТЕОРЕМА X.

§. 75. Внутренніе углы, при томъ же вѣкѣ находящіеся s и x , равняются двумъ прямымъ угламъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $o + r =$ двумъ прямымъ угламъ, или 180 градусамъ (§. 43.) Но $r = s$ (§. 48.), и $o = x$ (§. 72.); слѣдовательно, равное вмѣсто равнаго поставивъ (§. 23. Арие.); будемъ $s + x = 180$ градусамъ, или двумъ прямымъ угламъ. Равнымъ образомъ доказываемъ, что $u + y = 180$ градусамъ.
Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 76. Когда прямая линія на двѣ другія упавъ, и тѣ пересѣкая, дѣлаетъ, или уголъ вѣншній внутреннему противоположенному, или вѣншній вѣншнему противоположенному жъ, или углы *альтерни* равные, или два внутреннихъ, при одномъ бокѣ находящіеся, равные двумъ прямымъ угламъ: то линіи, такую поперечною линіею пересѣченныя, будутъ параллельны между собою. Понеже изъ вышеобъявленныхъ доказательствъ яствуетъ, что сѣи вѣншнихъ и внутреннихъ угловъ свойства тогда только имѣютъ мѣсто, когда линіи параллельны.

ТЕОРЕМА XI.

Ф. 36. §. 77. Параллельныя линіи, между параллельными жъ линіями состоящая, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, проведши поперечную линію MP между параллельными линіями MN и OP , будемъ $\triangle MOP = \triangle MNP$, по тому что, ежели тѣ линіи параллельны, и углы *альтерни* равны между собою (§. 74.),
то

то есть, $o = s$, и $x = y$, и линия MP есть
 общимъ треугольникамъ общая (§. 60.); чего
 ради $MN = OP$, и $MO = NP$. Ч. н. д.

ЗАДАЧА X.

§. 78. Провести параллельныя линіи, подъ
 какииъ ни будь угломъ къ другой прямой
 линіи наклоненныя.

РѢШЕНІЕ.

Съ линіею AB , которая подъ угломъ x къ Φ . 37.
 другой линіи BD наклонена, параллель-
 ная линія CD опишется, ежели уголъ y
 сдѣлается равный углу x , и попомъ ли-
 нія CD проведена будетъ. Ибо такимъ
 образомъ, когда внѣшній уголъ y сдѣланъ
 равенъ внутреннему противоположенному
 x , линіи AB и CD будутъ параллельны
 (§. 71. и 76.).

ТЕОРЕМА XII.

§. 79. Во всякомъ плоскомъ тре-
 угольникѣ всѣ три угла вмѣстѣ пзя-
 тые равны двумъ прямымъ угламъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведи линію ABC параллельную съ Φ . 38.
 основаніемъ DE : то будетъ $x = 2$, и $y = 3$
 (§. 74.). Но $x + 1 + y = 180^\circ$ (§. 43.); слѣ-
 довательно, равное вмѣсто равнаго поста-
 вивъ, будетъ такъ же $1 + 2 + 3 = 180^\circ$ (§. 23.
 Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 80. Зная два угла неравносторонняго треугольника,
 и третій, такъ какъ дополненіе къ 180° , будетъ при-
 томъ извѣстенъ.

ПРИБА.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 81. Въ равнобедренномъ треугольникѣ, понеже два угла при основаніи равны между собою (§. 64.), зная одинъ уголъ, и прочіе два будутъ извѣстны.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 82. Въ равностороннемъ треугольникѣ, когда всѣ углы равны между собою (§. 66.), каждый изъ оныхъ содержитъ въ себѣ два прости прямого угла, то есть, 60 градусовъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

Ф. 39. §. 83. Изъ чего явствуется и то, что прямой уголъ удобно можетъ раздѣленъ быть на три части. То есть, сдѣлай равносторонный треугольникъ ABC, и на основаніи онаго съ одного конца возставь перпендикулъ DB (§. 38.): то будетъ уголъ DBA прости часть прямого угла DBC, понеже уголъ ABC содержитъ въ себѣ два прости прямого угла. И такъ прямой уголъ раздѣлится на три части, ежели уголъ ABC линією *bd* будетъ пересѣченъ на два части (§. 67.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 5.

§. 84. Также въ одномъ и томъ же треугольникѣ одинъ только прямой уголъ; или одинъ больше прямого быть можетъ: и когда одинъ изъ нихъ прямой: то прочіе два острые, оба вмѣстѣ, составляютъ 90 градусовъ, или одинъ прямой уголъ; и одинъ изъ острыхъ угловъ есть другаго дополненіемъ къ прямому.

ПРИБАВЛЕНИЕ 6.

§. 85. Ежели два угла одного треугольника равны двумъ угламъ другаго: то и прости уголъ будетъ равенъ простиу.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 86. Внешній уголъ *x*, который
Ф. 40. происходитъ отъ продолженія одного
бока въ треугольникѣ, равняется двумъ
внутреннимъ противоположеннымъ уг-
ламъ *o* и *n*.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $x + y = 180^\circ$ (§. 43.), также
 $y + o + n = 180^\circ$ (§. 79.); того ради и въ
равныхъ

равныхъ суммъ вычисти общій уголъ y ,
останушся равные $x = o + n$ (§. 26. Ариф.).
Ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 87. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, которыя имѣютъ всѣ углы равныя всѣмъ угламъ и бока, противоположенные равнымъ угламъ, пропорціональные.

ТЕОРЕМА XIV.

§. 88. *Линія DE*, параллельная съ основаніемъ треугольника ABC, пересѣкаетъ бока онаго такъ, что ча Ф. 41.
сти къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ отсѣчены, имѣютъ подобное содержаніе.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пересѣкающей линіи DE сперва положена была на верьху A, а опшуда, наблюдая параллельное положеніе съ основаніемъ, спускалась на оное: то слѣдуетъ, что, на какомъ среднемъ мѣстѣ, на пр. въ DE, оная линія ни остановилась, на обеихъ бокахъ перейдетъ подобныя части AD и AE, поколику оныя бока принимаются въ разсужденіе такъ какъ дорога, по которой линія DE къ основанію BC слѣдуетъ; и какъ, для положенія параллельнаго, крайнія оной линіи почки съ обѣихъ сторонъ должны касаться основанія, такъ и состоящая линія на какомъ ни будь среднемъ мѣстѣ, съ обѣихъ сторонъ переходитъ подобныя части той дороги; то

В

есть,

есть, когда она перешла половину на одномъ боку: то также должна перейти половину и на другомъ боку. И сіе для всякой другой пропорціи служилъ; слѣдовательно $AB:AD=AC:AE$, или *чрезъ членъ* (alternatim) (§ 112. Ариѳ. $AB:AC=AD:AE$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 89. И оставши паксимъ, какое и цѣлыя бока, содержаще имѣющіе. Понеже разность предыдущихъ членовъ къ равености послѣдующихъ содержится такъ. какъ предыдущій къ послѣдующему (§. 113. нум. 2. Ариѳ.). То есть, $AB-AD:AC-AE=BD:CE=AB:AC$,

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Ф. 42. §. 90. Если проведено будетъ съ основаніемъ параллельныхъ линій больше, на пр. ah и cd : то всѣ бисектъ отрѣзки будутъ пропорціональны между собою. Ибо изъ выше предложеннаго доказательства и прибавленія къ оному явствуетъ истина слѣдующихъ пропорцій:

$$\begin{aligned} FG:FN &= aF:bF=aG:bH \\ cF:dF &= G:dH \\ cF:dF &= aG:bH \end{aligned}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 91. На оборотъ, ежели какаа линія, на пр. DE пересѣчетъ бока въ треугольникъ пропорціонально, будетъ параллельна съ основаніемъ.

ТЕОРЕМА XV.

§. 92. Въ треугольникахъ, равные углы имѣющихъ, бока равнымъ угламъ противоположенные пропорциональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ф. 43. Представь, что треугольникъ ABC имѣетъ равные углы съ малымъ треугольникомъ $\alpha\beta\gamma$, какъ на пр. $A=\alpha$, $B=\beta$, $C=\gamma$. Положи малый треугольникъ на верхъ большаго, что для равныхъ угловъ A и α сдѣла-

сдѣлано быть можетъ (§. 57.). Понеже углы $\beta = B$ и $\gamma = C$, то будетъ линіи $\beta\gamma$ и BC параллельны (§. 75.); слѣдовательно служить здѣсь слѣдующая пропорція: $AB : AC = \alpha\beta : \alpha\gamma$. Также, по причинѣ равенствъ угловъ B и β , возьми B за верхъ треугольника, а AC за основаніе, и положи опять малый треугольникъ на верхъ B : то опять тоже, что и прежде, выйдетъ, что есть, линія $\alpha\gamma$ будетъ параллельна съ линією AC , и опять выведется слѣдующая пропорція: $AB : BC = \alpha\beta : \beta\gamma$; слѣдовательно въ обоихъ случаяхъ, по причинѣ пропорціи, что чрезъ членъ (§. 112. Ариф.), будетъ $AB : \alpha\beta = AC : \alpha\gamma = BC : \beta\gamma$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 93. Такіе равноугольные треугольники по справедливости называющіеся подобными, поелику имѣютъ равныя углы и одинакую боковъ пропорцію (§. 87.). Чего для, по причинѣ подобія знаковъ, по которымъ они распознаются, различены быть не могутъ, развѣ действительнымъ образомъ будучи сравнены между собою (§. 8. Ариф.).

ЗАДАЧА XI.

§. 94. Раздѣлить прямую линію на какія нибудь данныя части.

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Когда должно раздѣлить прямую линію на равныя части. Проведи нѣколь Ф. 44 ко параллельныхъ линій такъ, чтобъ всѣ другъ оу друга равно относились (§. 21.), потомъ смѣрай циркулемъ линію AC , которую раздѣлить должно, и перенеси сную на тѣ параллельныя линіи такъ, чтобъ между точками A и C сколько разъ
В 2 сносъ.

стояній параллельныхъ линій умѣстилось, сколько равныхъ частей данная линія имѣть должна, что слѣдуетъ, точки сѣченія параллельныхъ линій покажутъ искомыя равныя части данной линіи А С.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $А В : А С = А_1 : А Е = А_2 : А D$; слѣдовательно А Е будетъ третья часть линіи А С, такъ какъ А₁ есть третья часть линіи А В (§ 83.), и проч.

Случай 2. Когда должно раздѣлить прямую линію на неравныя части, но по пропорціи такихъ частей, на какія другая линія уже раздѣлена.

Ф. 45. На линіи уже раздѣленный Е F сдѣлай равнобедренный треугольникъ D E F (§. 54. 55.), потомъ линію, которую раздѣлишь должно, перенеси на оба бока сего равнобедреннаго треугольника въ D G и D H и проводи прямую линію G H, наконецъ изъ верха сей фигуры къ раздѣленіямъ основанія О и М проводи также прямыя линіи, которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣлятъ прямую линію G H такъ, какъ другая линія Е F раздѣлена.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $D G = D H$: то будетъ G H параллельна съ основаніемъ Е F (§. 91.), и потому служитъ слѣдующая пропорція $D E : E F = D G : G H$, и какъ $D E = E F$: то будетъ также $D G = G H$; слѣдовательно, для подобія треугольниковъ, которые отъ проведенныхъ изъ верха линій произошли, будетъ $D E : E O = D G : G_1$, и $D E : E M = D G :$
 G_2 ,

Е 2, и линія Г Н раздѣлена въ такой пропорціи, къ какой основаніе Е F раздѣлено было. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 95. Ежели линія, которую раздѣлить должно, будетъ больше линіи уже Раздѣленной Е F: то въ такомъ случаѣ бокъ треугольника D E F продолжаются далѣе основаній до тѣхъ перѣ, пока не умѣстятся на оныхъ та линія, которую раздѣлить должно.

ЗАДАЧА XII.

§. 96. Найти третью пропорціональную линію къ даннымъ двумъ линіямъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай какой ни будь величины уголъ ф. 46. EAD, и на нижній его бокъ подлѣ верха перенеси первую изъ данныхъ линію A'B, а на другій верхній бокъ другую AC, и проведи линію CB, которая соединитъ крайнія точки первыхъ линій.
2. Съ первою линіею соедини вторую въ $BD = AC$, и изъ D сдѣлай линію DE параллельную съ первою CB (§. 78.): то CE будетъ претъя пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для параллельныхъ линій CB и DE, между тѣми линіями будетъ такая пропорція $AB:AC = BD:CE$ (§. 89.). Но $AC = BD$; слѣдовательно CE есть претъя пропорціональная линія (§. III. Ариѳ.).

ЗАДАЧА XIII.

§. 97. Найти четвертую пропорціональную линію къ даннымъ тремъ линіямъ.

В 3 РѢШЕ.

РѢШЕНИЕ I.

Ф. 46. 1. Сдѣлай также какой ни будь уголъ А, и на нижній его бокъ подавъ верьха перенеси первую изъ данныхъ линію А В, а на верхній бокъ другую А С, и проводи линію С В

2. Помощью претью линію соедини съ первою въ Е D, и сдѣлай линію D E параллельную съ С В: то будетъ С E искома четвертая пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точно сходивуеши съ предыдущимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIII.

§. 28. Геометрический масштабъ, или размѣръ (scala geometrica), по Нѣмцки, ein veringter maastab, есть образецъ, на которомъ Геометрическія мѣры, каждая изъ оныхъ на десять частей раздѣленная, представляются въ малыхъ линіяхъ. И нынѣ инструментомъ частей (instrumentum partium) называютъ.

ЗАДАЧА XVI.

Ф. 47. § 29. Начертить Геометрический масштабъ.

РѢШЕНИЕ.

1. На прямой линіи А С возьми десять равныхъ частей, и въ крайней точкѣ А восставь перпендикулярную линію А В, и раздѣли оную также на десять равныхъ частей.

2. Чрезъ перекрѣзы перпендикулярной линіи проводи линіи параллельныя съ нижнею линіею, и на верхнюю изъ оныхъ В D перенеси десять же частей равныхъ, какія и на нижней линіи взяты были.

3. Изъ крайней перпендикула точки В, къ точкѣ 9, находящейся на нижней линіѣ, проводи поперечную линію В 9, и съ оною чрезъ вѣ верхней и нижней линіи раздѣленія начерши параллельныя линіи, а на концѣ С также возставь перпендикулярную линію С D.
4. Линію А С перенеси, сколько угоднo, на верхнюю и нижнюю линію, и изъ точекъ Е и F возставь перпендикулы Е G и F H и проч.
5. Наконецъ раздѣленія сего масштаба означь числами, какія фигура предъ глазами представляемъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели линія А С будетъ принята за сажень: то десятыми ея части будутъ значить Геометрическіе футы, а линіи параллельныя съ основаніемъ, въ $\triangle A B 9$ находящіяся между перпендикуломъ А В и поперечною линіею В 9, будутъ представлять десятыми части фута, или дюймы (§. 11.). Но какъ вѣ треугольники, которые происходятъ отъ проведенной поперечной линіи, для линіи съ основаніемъ параллельныхъ, и общаго угла В, суть равноугольные и подобныя; того ради служатъ здѣсь слѣдующія пропорціи: $A B : A 9 = B 1 : 1 m$, также $B A : B 1 = A 9 : 1 m$, и $A B : B 2 = A 9 : 2 n$ и проч. (§. 92.). По чему 1 m есть десятая часть линіи А 9, такъ какъ В 1 есть десятая часть линіи А В. Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 100. Слѣдовательно на семъ масштабѣ изображаются части трехъ Геометрическихъ мѣръ; и ежели линія АС возьмется за мѣру фута: то десятыя ея части будутъ значить дюймы, и десятыя части дюймовъ, или линіи, частями 1 *m*, 2 *n*, и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 101. Изъ чего явствуетъ, что 1 *m* есть сотая часть линіи АС, и такимъ образомъ прямая линія раздѣляется на сто равныхъ частей.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 102. Всякъ самъ разумѣетъ, что такіе масштабы различной величины сдѣланы быть могутъ, какъ кому угодно будетъ, въ большихъ, или въ меньшихъ другихъ линіяхъ глазамъ представлять помннутыхъ линій Геометрическихъ мѣръ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

Ф. 48. §. 103. Сверхъ того, ежели не будетъ угодно при сорѣ Геометрическихъ мѣръ столь труднымъ образомъ изображать на такомъ масштабѣ: то довольно иногда бываетъ, ежели на прямой линіи АВ два только сорѣ ихъ мѣръ изображены будутъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 5.

Ф. 48. §. 104. Употребленіе Геометрическаго масштаба есть слѣдующее: линію (изъ фигуры, или образа, къ которому пошѣ масштабъ приравливается) взявъ циркулемъ, перенеси на масштабъ, а особливо на нижнюю линію, такимъ образомъ помѣчай видно будетъ, сколько цѣлыхъ и десятихъ тѣхъ частей она линія содержишь; еслили въ дальнѣ и изъ прешаго сорѣ частицы въ той линіи содержатся: то оныя найдется, подвигая въ верхъ по перпендикулярной линіи ЕГ, или FH и проч. ножку циркуля до тѣхъ поръ, пока другая его ножка не ляжетъ на чертѣ которой ни будь параллельной и поперечной линіи; въ клѣпочкѣ ABCD, ибо сколько та линія, къ которой другая измѣряемая приравливается циркулемъ, будетъ, считая отъ нижней, столько частями прешаго сорѣ, сверхъ двухъ первыхъ сорѣ, и линія измѣряемая содержишь. Что, смотря на одинъ образецъ, ясно можно видѣть. На пр. линія ХZ (ежели линія АС будетъ принята за сажень) содержишь двѣ сажени, три фута, и сверхъ того чепыр: дюйма. Равнымъ образомъ и части, или мѣры другой какой ни будь данной линіи снимаются съ Геометрическаго масштаба.

ЗАДА.

ЗАДАЧА XV.

§. 105. Найти двух мѣстъ разстояніе АВ, котораго, за прелѣтѣніемъ въ срединѣ находящихся, вымѣрять не можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми кола на какомъ ни будь прѣтѣемъ мѣстѣ С, и опшуда вымѣрай разстояніе АС, перенеси оное назадъ въ тойже прямой линіи въ Е; потомъ вымѣрай разстояніе средняго кола отъ другой крайней точки СВ, и перенеси оное также назадъ въ D, и въ Е и D возьми по колу, такимъ образомъ линія DE будетъ равна искомому разстоянію АВ. Ф. 49.
2. Если, для продолженія назадъ линій АС и СВ, не достаетъ мѣста: то перенеси хотя нѣсколькую ихъ часть, на пр. половинную, прѣтѣю и проч. и будетъ умѣщаться между крайними ихъ точками подобная нѣсколькая часть разстоянія, то есть FG.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ первомъ случаѣ, $\triangle ACB = CDE$, для равныхъ угловъ, которые при верьху С находящяся (§. 48.), и для равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно $DE = AB$ (§. 49.). Во второмъ же случаѣ, для подобной пропорціи нѣсколькихъ частей, служишь слѣдующая пропорція $CF:CD = CG:CE$; слѣдовательно FG параллельна съ основаніемъ DE (§. 91.), и треугольники CFG и CDE суть подобные, и потому имѣють мѣсто слѣдующая пропорція $CF:CD = FG:DE$, или АВ. Ч. н. д.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

- Ф. 50. 1. Поставь столпикъ (§. 33.) на какомъ ни будь прѣствѣ мѣстѣ С, изъ котораго бы можно было видѣть обѣ крайнія точки измѣряемой линѣи
2. Вошкнувъ на ономъ шпильку, приложи къ ней линѣйку съ діоптрами, и къ L и M проводи линѣи.
3. Вымѣрай разстоянія CL и CM, и по Геометрическому машшабу возьми подобныя мѣры (§. 104), и изъ С перенеси оныя на линѣи проведенныя на столпикѣ; попомѣй прѣведи линѣю no , и вымѣрай оную по помужь машшабу, и буденѣ извѣстна величина линѣи LM.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже по машшабу взятыя части no и so пропорціональны бокамъ LC и CM; то no параллельна съ ознваніемъ (§. 91.), и меньшій треугольникъ подобенъ большому (§. 91.), и бокъ no , по машшабу взятый, равенъ искомому боку LM.

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Ежели помощію Астролябіи, та есть цѣлаго круга, или полукружія, вымѣряется уголъ С, и саженью будущъ опредѣлены бока, замыкающіе оный уголъ: то, помощію полукружія и Геометрическаго машшаба, можетъ составленъ бытиъ треугольникъ подобный большому. То есть, помощію полукружія, дѣлается уголъ такойже величины, а по машшабу подобныя найденныхъ боковъ (§. 41.) линѣи къ помужь

мужь углу принаравливаюшся (§. 104.), что сдѣлавъ, третья сего треугольника линія будетъ показывать искомое разстояніе.

ЗАДАЧА XVI.

§. 106. Найти разстояніе двухъ мѣстъ АВ, изъ которыхъ къ одному только В по Ф. 51. идти можно.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

1. Возьми по изволенію третья мѣсто С около крайней точки В, и онаго разстояніе отъ В, то есть, ВС перенеси въ прямой линіи въ ВD, и въ С и D вѣтки по колу шакъ, чтобъ видѣшь и различаешь оныя можно было.
2. На прямой линіи АС, вѣтки другой кола Е, и онаго разстояніе отъ среднего кола, то есть, ВЕ перенеси, наблюдая прямую линію, въ F.
3. Помощь подвигайся назадъ, и ищи точку G, изъ которой бы колыя F и D, и двѣ крайнія точки А и В казались въ прямой линіи, тамъ будетъ $GB = AB$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$\triangle EBC = \triangle BFD$, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху находящихся, и двухъ боковъ съ обѣихъ сторонъ равныхъ (§. 59.); слѣдовательно уголъ $C = D$. Чего ради и $\triangle ABC = \triangle BDG$; понеже углы при верьху; В (§. 48.), и прочіе два при С и D суть равные, и $BC = BD$ (§. 60.); слѣдовательно $AB = BG$. Ч. и. д.

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

1. Поставь сподикъ въ крайней точкѣ В, къ которой подойши можно, и сверхъ того выбери другое мѣсто С для второй станціи.
2. Возникнувъ шнурку на сподикъ въ точкѣ i , которая надъ крайнею точкою В находится, смотри въ діоптры, на линѣйкѣ утвержденныхъ, къ точкамъ А и С, и къ онымъ на сподикъ проводи линѣи.
3. Вымѣривъ саженью линѣю ВС, и мѣру ея, по масштабу взяшую, перенеси на линѣю, которая на сподикъ къ другой станціи проведена, въ i С.
4. По томъ перенеси сподикъ, и поставь его въ крайней точкѣ другой станціи С такимъ образомъ, чтобы линѣя С i проспиралась къ крайней точкѣ В, которую линѣйка съ діоптрами показываетъ.
5. Наблюдая то же положеніе сподика, смотри въ діоптры къ другой крайней точкѣ А, и замѣнь прежней линѣи, которая на сподикъ въ первой станціи поставленномъ изъ В къ А проведенна была, перерѣжь въ m : то будетъ $mi = АВ$. Понеже явствуетъ изъ предыдущихъ, что треугольники $Сim$ и $СAB$ суть подобные; следовательно и разстояніе mi , взятое по масштабу, равно линѣи АВ.

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Точно сходствуетъ съ показаннымъ въ предыдущей задачѣ. Понеже изъ двухъ угловъ С и В, Гениометрическимъ инструментомъ

момъ вымѣрянныхъ и одного даннаго бѣка СВ, принявъ въ помощь Геометрической масштабъ, можно сдѣлать треугольникъ $Сті$ подобный большому АВС (§. 92.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 107. Явствуетъ припомъ, что по сей задачѣ можно найти ширину какой рѣки.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 108. Ежели въ первомъ рѣшеніи за тѣсною тѣлѣхъ линій ВС и ВЕ далѣе В перенести не возможно: то довольно, еслии нѣсколькія только части тѣхъ линій въ ВН и ВІ взять будутъ; ибо такимъ образомъ подобная часть ВК бѣка ВГ = АВ находишся. См. пред. задачу и §. 92.

ЗАДАЧА XVII.

§. 109. Найти разстояніе двухъ мѣстъ АВ, изъ которыхъ ни къ одному подойти не Ф. 53: возможно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ежели колья и сажень въ помощь для измѣренія приняты будутъ: то предыдущая задача дважды повторена быть должна, чрезъ которую найдутся линіи $АС = СЛ$ и $СВ = СК$, и сдѣлавъ то, по причинѣ равныхъ угловъ, при верьху С находящихся, будетъ $\triangle ABC = \triangle CKL$, и $AB = KL$ (§. 59.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Принявъ въ помощь столикъ, выбери двѣ Ф. 54: станціи D и C, и въ первой, подлѣ линійки съ діоптрами, и на точки В, А, D наведенной, проводи линіи.
2. Помомъ вымѣрявъ разстояніе CD, возьми оное по масштабѣ въ ое, и поставивъ столикъ подлѣ точки D и проведши линію

нѣю oe къ первой станціи, изъ ok А и В
проведи другія линѣи, и гдѣ оныя бу-
дутъ пересѣкаться линѣи, которыя въ пер-
вой станціи проведены были, тамъ всю
оную фигуру $ABCD$ представятъ въ ма-
ломъ видѣ, и опредѣлишь разстояніе AB
 $=gn$, которое по тому же масштабу вы-
мѣрять надлежитъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже $\triangle goe = \triangle ADC$, по причинѣ об-
щихъ угловъ при o и e находящихся, и oe
 $= DC$ по положенію, сверху того $\triangle one$
 $= \triangle BDC$ по той же причинѣ (§. 60.); слѣ-
довательно $\triangle gne = \triangle ABC$ (§. 59.), и ли-
нѣя $gn = AB$.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

По Гониометрическому инструменту сыщи
углы при o и e находящіеся, и линѣю oe
возьми по масштабу, такимъ образомъ ма-
лые треугольники goe , one и gne под-
бные большимъ треугольникамъ ADC , BDC
и ABC (или лучше, по причинѣ равен-
ства меньшихъ боковъ по масштабу вымѣ-
ренныхъ, и большихъ саженью равнымъ
образомъ опредѣленныхъ равные) соста-
влены были могутъ, что сдѣлавъ, бу-
детъ известна линѣя $gn = AB$.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 110. Геодезисту при рѣшеніи такихъ задачъ
должно наблюдать то, что бѣ не очень малыя раз-
стоянія станцій принимаемы были, и столбы отъ
положенія горизонтальнаго, а колья отъ положенія
вертикальнаго не уклонялись. Ибо обѣ такіе по-
грѣш-

гнѣнности въ практикѣ помѣнительство и измѣреніе сумнительнымъ обыкновенно дѣлающѣ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. III. Вымѣрять высоты.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 57.

Случай 1. Ежели къ высотѣ подойти можно: то Возьми два кола DE и FH. изъ которыхъ бы первый былъ вышиною въ сажень, а другій въ восемь, или девять футовъ. Меньшій колъ вѣткни въ какомъ ни будь мѣстѣ и къ нему приложи глазъ. Потомъ большій колъ поставь перпендикулярно подавъ меньшаго въ FH такъ, чтобъ приложеннымъ глазомъ къ точкѣ D можно было усмотрѣть въ одной прямой линіи верхнія точки F и A большаго бока и измѣряемаго перпендикула. Что сдѣлавъ, вымѣрь какъ разстояніе DV меньшаго кола отъ перпендикула измѣряемой высоты, такъ разстояніе DG и разность колецъ FG. И понеже $\triangle DGF \infty \triangle DAB$, по причинѣ общаго угла D и прямого G равнаго прямому въ B (§. 85 и 95.): то будетъ слѣдующая пропорція :

$$DG : GF = DV : VA$$

въ которой, когда три первые члена даны, и четвертый будетъ извѣстенъ, хотя въ числахъ (§. 115. Ариф.), или въ линіяхъ (§. 97.) пожелаешь рѣшить задачу. Наконецъ, еслии къ линіи АВ придастся ВС = DE (§. 77.), будетъ извѣстна вся высота АС.

Случай.

Случай 2. Если къ высотѣ подойти не можно. Найди сперва разстояніе СЕ (§. 106.), и далѣе поступай такъ, какъ въ первомъ случаѣ показано.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Ф. 56. Помощію столика. Случай 1. Если къ высотѣ подойти можно: то поставивъ столикъ въ С, утверди его въ верьшикальномъ положеніи, и къ шпилькѣ восткнутой въ С приложи въ линѣйку съ діоптрами, означъ горизонтальную линію cb , потомъ поворошивъ діоптры въ верьхъ А, проводи линію ca ; послѣ того вымѣривъ линію СВ, перенеси оную по масштабу въ cb , и изъ точки b возставъ перпендикулярную линію $ab = AV$ (§. 60)

Ф. 57. Случай 2. Если къ высотѣ подойти не можно: то найди сперва или разстояніе какой ни будь станціи отъ перпендикула, и далѣе поступай такъ, какъ въ предыдущемъ рѣшеніи показано, или выбери два мѣста для станцій въ N и M, и на столикѣ, въ первой станціи N утверждениомъ, проводи линію къ верьху А и горизонтальную or , и вымѣривъ разстояніе станцій MN, назначъ оное по масштабу на линіи or ; потомъ поставивъ столикъ въ M и приложи въ діоптры къ точкѣ r , смотри опять къ верьху А, и проводи линію rk , которая пересѣчетъ первую въ точкѣ k , откуда опусти перпендикулъ $kl = AL$. Такимъ образомъ подобные треугольники ork и klr произойдутъ,

дугѣ, или лучше, по причинѣ подобнаго числа мѣръ въ обоихъ случаяхъ, приличествующихъ линіямъ, будутъ равныя треугольники AMN , и ALM (§. 60.) ; слѣдовательно $kl = AL$.

РЪШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, помощію круга, или полукружія съ находящимися при немъ діаметрами сыскавъ два угла и зная линію станцій, можешъ сдѣланъ бывъ, помощію Геометрическаго масштаба, малый треугольникъ, который бы точно былъ подобный большому и показывалъ искомый перпендикулъ, о томъ примѣрами въ предыдущихъ задачахъ ясно показано было.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 112. Уголъ при центрѣ (*Angulus ad centrum*) есть, котораго бока соединяются въ центрѣ круга; уголъ при окружности (*angulus ad peripheriam*) есть, котораго бока смыкаются въ точкѣ окружности.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 113. Уголъ при центрѣ $BСD$ есть вдвое больше угла при окружности BAD , когда бока оныхъ угловъ состоятъ на одной и тойже дугѣ окружности.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при окружности проходитъ чрезъ центръ, а другой анъ центра находится: то, поско-

Г

лику

лику въ равнобедренномъ треугольникѣ ACD (§. 20.) углы при основаніи A и D равны между собою (§. 4.), и вѣншій уголъ $DCB = A + D$ (§. 86.), которые посколику также равны между собою: по уголъ при центрѣ DCB есть вдвое больше угла при окружности DAB .

Ф. 59. Случай 2. Когда оба бока угла при окружности въ центра будущъ расположены такъ, что одинъ бока съ одной, а другій съ другой стороны центра будетъ состоятъ: то, проведши изъ верьху угла при окружности чрезъ центръ линію ACE , произойдетъ вдвое первый случай. То есть, $x = 2n$, $y = 2r$ по первому случаю; слѣдовательно также $x + y = 2n + 2r$ §. 25. Ариѳ.). или уголъ BCD есть вдвое больше угла BAD .

Ф. 60. Случай 3. Когда оба бока угла при окружности съ одной стороны центра находятся: то будетъ $y + x = 2r + 2n$ по первому случаю. Но $x = 2n$ по тому же первому случаю; слѣдовательно $y = 2r$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Ф. 61. §. 114. Углы при окружности A и B , которыхъ бока состоятъ на одной дугѣ, или на равныхъ, равны между собою; понеже они суть половинныя равныхъ угловъ при центрѣ (§. 30. Ариѳ.). Углы жъ при окружности, которые состоятъ на неравныхъ дугахъ, суть между собою не равны, и изъ оныхъ тотъ уголъ есть больший, который противопологается большей дугѣ, а тотъ меньшій, который противопологается меньшей дугѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 115. Мѣра угла при окружности есть половинная дуга той окружности, на которой состоятъ бока угла.

ПРИБА-

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 116. Чего ради уголъ въ полукружїи А, котораго Ф. 62. бока состоятъ на поперешникѣ, есть прямой. И начертивъ полукружїе, многіе прямые углы въ ономъ удобно составляются. Изъ чего можно также научиться и тому, какъ повѣрять наугольникъ, который сдѣланъ мастеромъ.

ПРИБАВЛЕНИЕ 4.

§. 117. Уголъ при окружности, котораго бока стоить на большей дугѣ, нежели полукружїе, есть тупой, или больше прямого; а который противопологается меньшей дугѣ, нежели полукружїе, есть острый, или меньше прямого.

ЗАДАЧА XIX.

§. 118. Восстановить перпендикулярную ли- Ф. 63. нїю на концѣ А другой линїи.

РѢШЕНИЕ.

1. Надѣ данною линїею взявъ въ какомъ нибудь мѣстѣ центрѣ С, изъ онаго опиши кругъ чрезъ крайнюю точку А, на которой надлежитъ восстановить перпендикулярную линїю.
2. Изъ другой точки В, которую кругъ, пересѣкая ту же линїю, означаетъ, чрезъ центрѣ проведши поперешникъ ВСД, изъ Д къ А опусти искомый перпендикулярно уголъ DAB будетъ прямой (§. 116.), какій и заключается между перпендикулярными линїями (§. 34.)

ЗАДАЧА XX.

§. 119. Найти среднюю пропорціональную Ф. 64. линїю между двумя прямыми линїями.

РѢШЕНИЕ.

1. Данныя прямая линїи АВ и ВС соедини и на соединенной линїи ABC опиши полукруга.

2. Помощь изъ точки соединенія В воспользуясь перпендикулярною линією ВD, которая будетъ искома средняя пропорціональная линія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC, ABD и BDC суть равноугольные и между собою подобные (§. 93.). Понеже прямой уголъ r равенъ углу, состоящему въ полукружїи ADC (§. 116.), и углы s и o суть общіе какъ большому, такъ и меньшимъ двумъ треугольникамъ; изъ чего явствуетъ, что все углы суть равные (§. 85.); следовательно служить здѣсь такая пропорція (§. 92.), $AB:BD=BD:BC$, и ВD есть средняя пропорціональная линія между двумя данными (§. 111. Ариѳ.). Ч. н. с. и д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

- §. 120. Следовательно все линїи, отъ точекъ окружности на перпендикулярно проведенныя, суть среднія пропорціональныя линїи между отрезками того перпендикула.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

- §. 121. И понеже $\triangle ADC$ есть всегда прямоугольный: то видно, что перпендикулярная линія, которая изъ прямого угла опускается на гипотенузу, раздѣляетъ треугольникъ на два другіе прямоугольные треугольника, между собою и цѣлому подобные.

ЗАДАЧА XXI.

- §. 122. Найти для средня непрерывно Ф. 65. пропорціональныя линїи между двумя прямыми линїями АВ и АС.

РѢШЕНІЕ.

1. Соедини АВ и АС подъ прямыми углами и сдѣлай четверобочную и прямоугольную фигуру ABCD.

2. Проведи въ сей фигурѣ перпендикулы СВ и АД, и продолжи линіи АВ и АС.
3. Помощью къ углу D приложи линію, и одну ножку циркула поставивъ въ центрѣ фигуры G, другую ножку онаго распусти до точекъ Е и F, и линію до тѣхъ поръ студи и сюда подвигай, пока линіи GE и GF не будутъ равныя. Что сдѣлавъ, будетъ ЕС первая, а ВF другая искомая пропорціональная линія.

Доказательства для сего рѣшенія изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ основаній вывести не можно; ибо, хотя и справедлива слѣдующая пропорція $CD:EC=BF:BD$ (§. 92.); однако сверхъ того должно показать, что тѣ только частицы ЕС и ВF суть среднія непрерывно пропорціональныя линіи между данными, которыхъ крайнія точки опредѣляются равными линіями GE и GF, изъ центра параллелограмма проведенными. См. Штурм. *Матем. изъясн.* стран. 308.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 123. Способъ сей Механическій изобрѣлъ Геронъ; по свидѣтельству Евплату, въ *Коммент. къ Архимед. о Шарѣ и Цилиндрѣ*, стран. 15, на которомъ мѣстѣ онъ же многія другія для тойже задачи рѣшенія, отъ древнихъ Математиковъ разумно вымышленныя, объявляетъ; нынѣшнягожъ вѣка изобрѣшенія, которыя принадлежатъ къ сей задачѣ, всѣхъ преподаются писателями Аналитики. См. *Служ. Месолабъ* (Mesolabum). Но понеже о механическомъ рѣшеніи теперь упомянуто; того ради за благо рассуждается упомянуть здѣсь о томъ, какъ по сіе

рѣшеніе разсчитываетъ отъ Геометрическаго. То есть рѣшеніе задачи Геометрическое есть то, которое въ силу ясныхъ и не сомнительныхъ Геометрическихъ началъ дѣлается такъ что всѣ обстоятелства, для рѣшенія задачи, должны быть извѣстны. Механическое же (ἀπο τῆς μηχανῆς) о инструментѣ названное) дѣлается помощью инструмента, котораго употребленіе бываеиъ иногда ложное и сомнительное. На пр. въ предложеніи въ выше сего примѣрѣ, а именно къ вершѣ угла D приложенную до сихъ поръ сюда и сюда должно подвигать, пока и чѣи E и F не будутъ равно отстоятъ отъ центра фигуры G, чего получить не можно, развѣ чрезъ опыты и перемѣны положенія инструмента. Невтон. предудѣд. начал. Философ. Матем.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 124. Равныя дуги въ томъ же кругѣ противоположаются равнымъ хордамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будутъ равныя дуги A G B и B F C подъ коими проведенныя хорды D B и B C будутъ равны между собою; понеже, если бы сплѣ крайнихъ ихъ точекъ къ центру D проведенныя полуперпендикуляры, будетъ $\triangle A D B = \triangle B D C$, поелику равныя дуги противоположаются равнымъ угламъ при центрѣ (§ 9), и полуперпендикуляры тогожъ одного круга, или бока A D, D B и D C также суть равны между собою (§. 19.); следовательно $A B = B C$ (§. 56.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 115. Когдажъ дуги суть неравныя: то и хорды ихъ не равны, то есть, большая хорда большею дугъ, а меньшая меньшею противопоставляется.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 116. И понеже известно, что всякій треугольникъ можетъ написанъ быть въ кругъ (§. 68), и ежели положимъ, что то уже сказано: то все углы въ треугольникъ будуще состоятъ при окружности, изъ которыхъ тѣ углы суть вдвое больше, которые при центръ противопоставляются тѣмже дугамъ (§. 113.). Чего ради меньшій треугольника уголъ С меньшей дугъ АЕВ, а большій уголъ А большей дугъ ВРС противопоставляется. Но большій бокъ большой дуги, а меньшій бокъ меньшей дуги есть хорда. то слѣдуетъ, что въ треугольникъ большій уголъ большому боку, а меньшій меньшему противопоставляется.

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 117. Сверхъ того изъ сихъ преходящихъ другая истина, о которой уже упомянуто (§. 61.). То есть, въ двухъ треугольникахъ, которые имѣютъ все три бока равныя, будуще и все углы равны между собою. Ибо, написавъ треугольникъ въ кругъ, равныя хорды будуще соответствовать равнымъ дугамъ, которыя опредѣляютъ равныя углы при центръ и при окружности (§. 113.), или углы равныя въ треугольникахъ.

ТЕОРЕМА XVIII.

§. 118. Поперешникъ круга есть изъ всѣхъ хордъ, которыя въ томъ же кругъ проведены быть могутъ, самая большая хорда.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Хотя другая какая ни будь линия, на пр. DE, очень близко къ поперешнику АВ проведена; токмо она будетъ меньше поперешника. Ибо проведши полупоперешники DC и CE, въ $\triangle DCE$ будетъ $DE < DC + CE$ (§. 10.), и понеже $DC + CE = AB$: то будетъ $DE < AB$. Ч. н. д.

ЗАДАЧА XXII.

§. 129. Дано поперешникъ круга, смятають окружность; и обратно, зная окружность, найти поперешникъ.

РѢШЕНИЕ.

1. Какъ уже, тщаніемъ нѣкоторыхъ остроумнѣйшихъ Геометровъ, пропорціи поперешника и окружности довольно совершенныя найдены: то и мы до тѣхъ поръ будемъ употреблять оныя, пока ниже сего въ плоской Тригонометріи не будетъ случая находить и доказывать такую же пропорцію. То есть, поперешникъ содержится къ окружности

По Архимед. какъ 7 : 22

— Луд. Цейлен. какъ 100 : 314

— Адр. Мец. какъ 113 : 355.

И такъ по данному поперешнику какого ни будь круга самая окружность, подобною пропорціею опредѣленная, находится чрезъ тройное правило (§. 115. Ариѳ.). На пр. пусть будетъ поперешникъ круга 2, 5, 6'' : то окружность онаго найдется чрезъ слѣдующія пропорціи:

$$7 : 22 = 256 : 804\frac{4}{7}$$

$$100 : 314 = 256 : 803\frac{25}{7}$$

$$113 : 355 = 256 : 804\frac{28}{113}$$

2. Обратно, зная окружность, поперешникъ найдется такимъ образомъ:

$$22 : 7 = 804\frac{4}{7} : 256, \text{ и проч.}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 130. И понеже такое содержаніе служитъ для всѣхъ круговъ: то явствуетъ изъ того, 1) окружности круговъ содержащихся между собою какъ ихъ поперешники,

или полупоперешники ; такоежъ содержаніе имѣютъ и подобныя дуги разныхъ круговъ (§. 120. Ариѳ.). 2) знавъ всю окружность , частями прямолинейной мѣры опредѣленную , подобнымъ образомъ нѣкоторая ея доля , или дуга , которой число градусовъ извѣстно , опредѣлился чрезъ тройное правило ,

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 131. Содержаніе поперешника къ окружности первый изобрѣлъ Архимедъ, котораго и теперь еще есть въ свѣтѣ книжка , которую онъ называлъ *Kύκλου μετρίσις*. Онъ же на сей конецъ принялъ правильныя многоугольныя фигуры , одну написанную въ кругъ , а другую около круга , и обѣ состоящія изъ 96 боковъ , и вычисливъ прямолинейное окруженіе обѣихъ фигуръ , для средняго круга показанную теперь пропорцію къ поперешнику нашелъ и показалъ , что въ окружности содержится поперешникъ меньше , нежели $3 + \frac{1}{7}$, а больше нежели $3 + \frac{10}{71}$. Потомки жъ его тоже самое болѣе исправили , и содержаніе обѣихъ линій чрезъ большія числа обстоятельнѣе опредѣлили. О чемъ ниже сего въ Тригонометріи нѣкоторымъ примѣромъ изъяснено будетъ (§. 54. Триг. пл.). Впрочемъ между всѣми пропорціями , которыя состоятъ изъ малыхъ чиселъ , имѣетъ преимущество Меціева , потому что она есть средняя между Архимедовою и Цейленовою ; и какъ Цейленъ содержаніе поперешника къ окружности чрезъ знаки , или числа XXXVI. изобразилъ : то Мецій пропорцію семи первыхъ чиселъ чрезъ оныя малыя числа 113 : 355 нашелъ слѣдующимъ образомъ : $113 : 355 = 10000000 : 31415916$. Ибо Цейленъ находитъ четвертое сей пропорціи число $= 31415926$. См : Лудолфъ. Цейленъ. Гильдески. о кругѣ , которая произошла на Нидерландскомъ языкѣ въ Дельфахъ 1596. год. въ листѣ , при томъ Такветъ. Теор. избран. изъ Архимед. предл. 6.

ГЕОМЕТРІЯ

ГЛАВА ВТОРАЯ

ЕПИПЕДОМЕТРІЯ,

или

О

ИЗМѢРЕНІИ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 132.

Поверхность (superficies) есть такая величина, которая простирается въ длину и ширину, ограничивается линіями и никакой толщины не имѣетъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 133. *Поверхность* есть или *плоская* (superficies plana), которая простирается на плоскости и ограничивается прямыми линіями, или *кривая* (curva), которую ограничиваютъ кривыя линіи.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 134. Прохождение поверхности можетъ изъяснено быть, если представить, что прямая, или кривая линія движется такъ, какъ другая линія проведена, и своего движенія слѣды вездѣ оставляетъ: то прямая линія, такимъ образомъ движущаяся, поверхность плоскую, а кривая кривую производитъ.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 135. Поверхности плоскія суть, или *троебочныя* (trilaterae), или *четверобочныя* (quadrilaterae), или *многобочныя* plurium laterum; siue polygonae). О троебочныхъ поверхностяхъ и ихъ различіи въ предыдущей главѣ говорено было (§ 49 и слѣд.). Четверобочныяжъ поверхности вопервыхъ суть *параллелограммы* (parallelogramma), которые имѣютъ по два противоположенные бока параллельные; и таковыхъ параллелограммовъ суть четыре слѣдующіе вида:

1. *Квадратъ* (quadratum) есть поверхность плоская, имѣющая четыре бока равные и четыре угла прямые. Ф. 69.

2. *Продолговатый четырехугольникъ* (rectangulum) есть, который имѣетъ два только каждые противоположенные бока параллельные равные и четыре угла прямые. Ф. 70.

3. *Ромбъ* (rhombus) есть фигура четверобочная, имѣющая четыре бока равные, токмо углы косые. Ф. 71.

4. *Ромбоидъ* (rhomboides) есть фигура четверобочная, имѣющая противоположенные бока параллельные и равные, токмо углы косые. Ф. 72.

Сверхъ параллелограммовъ суть также фигуры четверобочныя, *трапеціи* (trapezia) называемыя, которыя ни угловъ, ни боковъ равныхъ не имѣютъ. Ф. 73.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 136. *Линією диагональною* (linea diagonalis), также *поперешникомъ* (diâmeter) называется прямая линія EG, или FH, ко- Ф. 70.
рая

рая въ четырехугольныхъ фигурахъ отъ одного угла къ другому противоположенному проводится.

ЗАДАЧА XXIII

§. 137. Начертить четверобочныя фигуры.

РѢШЕНІЕ.

- Ф. 69. 1. Для *Квадрата*. На основаніи BC поставь перпендикулярную линію $AB \perp BC$, и ту же линію взявъ циркулемъ, сдѣлай оную изъ C и A разрѣзы, которые бы взаимно пересѣкали себя въ D , и потомъ проводи линіи AD и DC .
- Ф. 70. 2. Для *продолгопатаго четырехугольника*. Соедини въ линіи FG и EF подъ прямымъ угломъ, сдѣлай равнымъ образомъ разрѣзы изъ E раствореніемъ FG , а изъ G раствореніемъ EF , и проводи линіи EH и HG .
- Ф. 71. 3. Для *ромба*. Соедини равныя линіи AB и BC подъ даннымъ косымъ угломъ и одинакимъ раствореніемъ изъ A и C сдѣлай разрѣзы въ D и проводи линіи AD и DC .
4. Для *ромбоида*. Соедини линіи GH и EF подъ даннымъ косымъ угломъ, и изъ E раствореніемъ GH , а изъ H раствореніемъ FE , сдѣлай разрѣзы въ G , и оную точку съ крайними E и H соедини прямыми линіями.
- Ф. 73. 5. *Трапецій* состоитъ изъ двухъ треугольниковъ IKL и LKM , следовательно, когда будутъ даны бока трапеціи и діагональная линія LK , два оные треугольника составлены быти могутъ (§. 54.). Истинна всего сего явствуетъ изъ §. 135.

ОПРЕ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 138. Многоугольниками (polygona) называются тѣ фигуры, которыя больше угловъ и боковъ имѣютъ, нежели четыре. Суть, или правильные (regularia), которые имѣютъ всѣ углы и всѣ бока равныя; или неправильные (irregularia), въ которыхъ и углы и бока величиною различествуютъ; наименованіе жъ имѣютъ отъ числа угловъ. На пр. пятиугольникъ (pentagonum) изъ пяти; шестиугольникъ (hexagonum) изъ шести; семиугольникъ (heptagonum) изъ семи; восьмиугольникъ (octagonum) изъ восьми; девятиугольникъ (enneagonum) изъ девяти; десятиугольникъ (decagonum) изъ десяти угловъ состоитъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 139. Уголъ при центрѣ (angulus cen. Ф. 74. tri) въ многоугольникѣ есть EDF, который заключается между полупоперешниками, изъ крайнихъ точекъ бока многоугольника, къ центру проведенными. Уголъ многоугольника (angulus polygoni) есть BAC, который между самыми боками многоугольника, къ окружности проведенными, содержится.

ЗАДАЧА XXIV.

§. 140. Начертить правильный шестиугольникъ, когда данъ бокъ его. Ф. 74b

РѢШЕНІЕ.

Бокомъ шестиугольника, такъ какъ полупоперешникомъ, опиши кругъ, и на окружность его шесть разъ перенеси полупоперешникъ, и точки раздѣленія окружности соедини прямыми линіями, такимъ обра-

образомъ составится правильный шестіугольникъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже проводимъ перпендикуляры изъ центра D къ боку многоугольника, будетъ $\triangle DEF$ равносторонный, и уголъ EDF есть 60 градусовъ (§. 82.). Но 60 есть шестая часть окружности, или 360 градусовъ; следовательно дуга противоположенная углу D есть шестая часть окружности, и самая хорда онаго составляетъ бокъ правильного шестіугольника. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 141. Такимъ образомъ зная, какъ начертить шестіугольникъ, будетъ извѣстно составленіе и двенадцатиугольника, который состоитъ изъ XII. боковъ, или другого всякаго правильного многоугольника, который отъ безпрерывнаго раздѣленія издѣлѣ части дугъ шестіугольника происходить (§. 67.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 142. Кромѣ сего удобнѣйшаго черченія шестіугольника, и другихъ нѣкопрыхъ правильныхъ многоугольниковъ Геометрическое составленіе изобрѣли художники. Но понеже оное изъ показанныхъ до сихъ мѣстъ Геометрическихъ началъ основаній доказано быть не можетъ; того ради надлежитъ теперь оставить оное. О правильномъ пятиугольникѣ упоминаетъ Евклидъ въ Элемен. кн IV. предл. 11. и слѣд. другое описаніе тогожъ пятиугольника показывается Никомей слож. велич. кн. I. гл. 9. О пятинадцатиугольникѣ жъ изъясняетъ Евклидъ кн IV предл. 16; а всеобщаго способа, для составленія всякихъ правильныхъ фигуръ, еще не найдено. Хотя Карлъ Гемеллинъ о рѣшеніи и состав. Мат. кн. 2.

Ф. 76. стран. 367. и слѣд. и похваляетъ сіе правило: 1. перпендикуляры круга раздѣли на сколько частей, сколько боковъ будетъ имѣть многоугольная фигура;

фигура. 2. потомъ на ономъ поперешникѣ АВ сдѣ-
лай равносѳоронный три-угольникъ ABC (§. 55) и 3,
изъ верьху его С чрезъ крайнюю точку D вто-
рой части поперешника, (то есть, чѣмъ бѣ BD было
равно двумъ частямъ изъ шѣхъ, на коихъ ради раздѣ-
лено поперешникъ) проводи прямую линію до самой
окружности въ Е. и думая о бѣ, что какимъ
образомъ найдется дуга ЕВ. и подѣ ею проведен-
ная хорда будетъ бѣ бѣ шѣ е у маго многоугольника,
который попомъ для раздѣленія всей о р ж осси
пуинишъ быть можетъ. Однакожъ, какъ раздѣле-
ніе поперешни а Механическимъ образомъ дѣлать
должно, и прашника и доказательство позы-
ваяшъ, что сей способъ ни п дѣ какимъ видѣмъ
аа Ге метрический, а особаио, за всеобщій Меха-
нический приняшъ быть не м жетъ: но являеишъ,
что напрасно оный похваленъ Реналдинъ См. глава
Ватнера. Диссер о егзат. Матем. Реналд. издаеъ въ
Гельмштатѣ 1700. год. Впрочемъ, почже черченіе
правильныхъ многоугольниковъ во многихъ случаяхъ
нужно бываеишъ, два генеральные механические спо-
соба здѣсь предлагающа.

ЗАДАЧА XXV.

§. 143. Начертить Механически полкій пѣ-
пильный многоугольникъ, когда данъ полуло-
перешникъ круга, пѣ которомъ оишъ много-
угольникъ нарисовать должно.

РѢШЕНІЕ.

1. По данному полуоперешнику начерчен. Ф. 76-
ную окружность круга раздѣли на чѣты-
ре части, прямыми перпендикулярными
линіями въ центръ взаимно пересѣкаю-
щимися (§ 38.).
2. Четвертую часть круга раздѣли цирку-
лемъ на столько равныхъ частей, сколько
бековъ многоугольная фигура имѣать бу-
детъ.

3. Изъ оныхъ частей взятыя четыре части соснавяиъ дугу, боку многоугольника такъ какъ хордѣ соотвѣтствующую, помощію которой вся окружность раздѣлена, и, проведши хорды, многоугольникъ описанъ быть можеть.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда для четверти круга столько частей опредѣляется, сколько боковъ имѣть будетъ многоугольникъ, и сіи вчетверо взятые соснавяиуиъ число всѣхъ подобныхъ частей, которыя въ цѣлой окружности содержатся. Но извѣстно изъ умноженія и дѣленія Арифметическаго, что раздѣливъ произведеніе на одно изъ множимыхъ между собою чиселъ, происходиуиъ изъ того другое множимое число (§. 66. и слѣд. Ари.); того ради раздѣливъ оное число на четыре, будетъ извѣстно число частей одной четверти круга, которое, какъ уже объявлено, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно хорда такихъ четырехъ частей есть искомый бокъ многоугольника. На пр. для семиугольника, четверть круга DB имѣетъ 7 частей, а вся окружность 28, которыя раздѣливъ на 4, опять выходитъ 7, для числа боковъ фигуры, которую должно написать въ кругъ.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 144. Найти величину угла всякаго правильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Число градусовъ всей окружности 360 раздѣли на число боковъ.

2.

2. Найденное такимъ образомъ частное число вычши изъ суммы двухъ прямыхъ угловъ, то есть, изъ 180 градусовъ, остатокъ покажетъ величину угла правильного многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ раздѣленіе 360 градусовъ на число боковъ, находящагося дуга ВС, и противоположенный ей уголъ при центрѣ А, который вычтя изъ 180 градусовъ, въ треугольникѣ АВС останутся два прочіе угла, что при основаніи $x + y$ (§. 79.). Но какъ $\triangle ABC = \triangle ACD$ (§. 127.): то будетъ $y = n$; следовательно $x + y = y + n$ (§. 23. Ариф.), которые составляютъ многоугольника уголъ ВСD. Положимъ, что надлежитъ найти уголъ правильного пятиугольника: то раздѣливъ 360 на 5, произойдутъ 72 град. для угла при центрѣ, которые изъ 180 град. вычтя, останутся 108 град. для угла пятиугольника. Такимъ же образомъ и слѣдующія величины угловъ при центрѣ и многоугольника выскисаны.

многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
угл. при центрѣ.	72	60	$51\frac{2}{3}$	45	40	36	$32\frac{2}{3}$	30
угл. многоуго.	108	120	$128\frac{1}{3}$	135	140	144	$147\frac{1}{3}$	150

ЗАДАЧА XXVII.

§. 145. По данному боку всякаго правильнаго многоугольника, начертить оный механическимъ образомъ.

Д

РѢШЕ

РѢШЕНІЕ.

Ф. 77. При обѣихъ крайнихъ точкахъ даннаго бѣ-
ка ВС сдѣлай углы, которые бы равны
были половинѣ найденнаго угла многоуголь-
ника (§. 41.), и чрезъ проведенныя линіи
АВ и АС, на основаніи ВС означь равно-
бедренный треугольникъ (§. 64.), изъ цен-
тражъ А, полуперпендикуляромъ АВ, описавъ
кругъ, на окружности его перенеси бокъ
многоугольника ВС. Сіи правила явствен-
но изъ того, что обѣ углы при центрѣ
и многоугольника выше сего сказано.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 146. Ежели будетъ угодно нѣсколько разъ брать весь
уголъ многоугольника и приравливать къ нему дан-
ный бокъ: то такоежъ дѣйствіе воспослѣдуетъ, токмо
практика сія труднѣе, и чрезъ повтореніе тогожъ од-
ного угла удобно дѣлается погрѣшность.

ЗАДАЧА XXVIII.

§. 147. Начертать пзъ кругъ начерченный уже
правильный многоугольникъ.

РѢШЕНІЕ.

Два бокъ многоугольника раздѣли на двѣ ча-
сти прямыми перпендикулярными линія-
ми (§. 39.), и гдѣ онѣ, будучи продол-
жены, соединятся, тамъ будетъ центръ
круга, который надлежитъ описать около
того многоугольника (§. 70.).

ЗАДАЧА XXIX.

§. 148. Найти сумму угловъ правильнаго
многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Число бокѣвъ фигуры умножь на 180, изъ
произведенія вычти 360, остатокъ бу-
детъ сумма всѣхъ угловъ многоугольника.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже преугольники, на которые правильная фигура, поауперешниками изъ цент. Ф. 77. пра проведенными къ крайнимъ точкамъ боковъ, раздѣляется, равны между собою (§. 127.), и каждый изъ нихъ содержитъ въ себѣ два прямые угла $= 180$ град. (§. 79.); слѣдовательно, вычисл. углы при верьху ихъ, или при центрѣ А находящіяся, которые равняются 360 град. (§. 46.), останутся многоугольника углы В, С, D, Е, F.

ПРИВАВЛЕНІЕ.

§. 149. Также сумма выходитъ, ежели число градусовъ угла многоугольника будетъ умножено на число боковъ.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 150. Треугольныя поперьхности Ф. 78. АВС и аβу, въ которыхъ или 1) одинъ ⁷⁹ уголъ равенъ одному углу и два вохъ равны двумъ вокамъ; или 2) два угла равны двумъ угламъ и одинъ вохъ равенъ одному воху; или 3) всѣ три вохъ равны находятся, точно равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже выше сего (§. 59. 60. 61. 127.) о такихъ преугольникахъ объявлено, что они сходствуютъ между собою, ежели будутъ сравнены; чего ради и поперьхности ихъ сходствовать и за равныя пошены быть должны. Ч. н. д.

Д :

ТЕО.

ТЕОРЕМА XX.

§. 151. Всякой параллелограммъ диагональною линіею EG раздѣляется на два равные треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Боки $EH = FG$, и $EF = HG$; (§. 135.), линіи EG есть обоимъ треугольникамъ общая; следовательно $\triangle EHG = \triangle EFG$ (150. нум. 3.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 152. Чего ради всякой плоской треугольникъ можетъ принятъ бытъ за половину такого параллелограмма, который съ тѣмъ треугольникомъ равное основаніе и высоту имѣетъ.

ТЕОРЕМА XXI.

§. 153. Треугольники ABC и BCD , Ф. 80. которые имѣютъ, или одинакое основаніе, или равныя, и одну перпендикулярную высоту; или, что все равно, которые состоятъ между тѣмижъ параллельными линіями, равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линію AED съ основаніемъ BC параллельную, и продолживъ основаніе BC до F , и изъ C и F вставивъ перпендикулярныя линіи, составятся три параллелограмма: самый больший AF , средній AC , и самый меньшій EF , изъ которыхъ два послѣдніе содержатся въ первомъ. Но $\triangle ABC$ есть половина параллелограмма AC и $\triangle DCF$ половина параллелограмма EF , нѣ

конечъ

концеѢ $\triangle BCD + \triangle DCF$ есть половина самаго большаго параллелограмма AF (§. 151.). Но половины часней составляютъ половину цѣлаго (§. 29. Ариѳ.); того ради $\triangle BDC + \triangle CDF = \triangle ABC + \triangle CDF$, и отѢ равныхъ суммѢ отнявъ по равной долѢ, то есть, по $\triangle CDF$, останутся равныя, $\triangle BDC = \triangle ABC$ (§. 26. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНИЕ 1.

§. 154. Чего ради два параллелограмма A и B , имѣющіе Ф. 31. одно, или равное основаніе, и одну высоту, равны между собою; понеже они суть вдвое больше треугоникаѢ (§. 152. и 31. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 155. ТреугольникѢ же, съ параллелограммомѢ имѣю- Ф. 31. щій равное основаніе и высоту, есть половина того параллелограмма (§. 152.).

ПРИБАВЛЕНИЕ 3.

§. 156. И понеже фигура косая треугольная и четыре- Угловая B , гораздо большее окруженіе имѣетѢ, нежели фигура. въ прямомѢ положеніи поставленная A , и имѣющая съ нею равное основаніе и высоту; то слѣдуетѢ, что о площади такихѢ фигурѢ и ея пропорціи, изѢ сравненія ихъ окруженіемѢ, рассуждать не можно. Чего ради и о широтѢ городовѢ, изѢ ихъ окруженія, ничего опредѣлить не можно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 157. Измѣреніе поперѣкностей (*Dimensio superficiesierum*) дѣлается, когда квадратная поперѣкность опредѣленной величины сравнивается съ большою площадью, и опредѣляется, сколько сія оную въ себѢ содержитѢ (§. 3. 4. предувѣд.). Такая практика *tetragonismus*, или *квадратура фигурѢ* (*Quadratura figurarum*) называется.

ЗАДАЧА XXX.

§. 158. Вымѣрять площадь продолгопата- Ф. 32. го четырехугольника.

А 3

РѢШЕ.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣрѣя основаніе BD , принявъ въ помощъ нѣкоторую Геометрическую мѣру длины, о которой выше сего (§. 11.) сказано, и будетъ извѣстно, сколько малыхъ квадратовъ, которыхъ бокъ равенъ принятой мѣрѣ, могутъ состоять на основаніи.
2. Помощъ смѣрѣя высоту AB , и найденное на оной высотѣ подобныхъ мѣрѣ число покажетъ, сколько разъ рядъ квадратовъ, на основаніи поставленныхъ, для высоты повторенъ быть можетъ. Чего ради сіе число мѣрѣ высоты умножь на подобное число основанія, произведеніе покажетъ число квадратовъ, сколько вся площадь продолговашаго чепыреугольника имѣетъ. На пр $AB = 5^0$, $BD = 8^0$: то будетъ площадь $ABCD = 40$ квадр. саж.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

- Ф. 31. §. 159. Площадь квадрата находится, умноживъ данное число бока само на себя, понеже фигура его есть прямоугольная и равнобочная (§. 135.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

- §. 160. Понеже мѣра длины, каждая на десять частей раздѣленная опъ Геометровъ принимается (§. 11.); того ради квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратный футъ 100 дюймовъ квадратныхъ, а квадратный дюймъ 100 квадратныхъ линій въ себѣ содержитъ

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

- §. 161. Чего ради Геометрическія мѣры поверхностей имѣютъ соенное содержаніе, понеже требуется сто малыхъ квадратныхъ, чтобъ изъ нихъ одинъ дѣльный, или квадратъ ближайше большаго сорта могъ составленъ быть.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

- §. 162. Ежели сумма квадратныхъ линій, или дюймовъ, или квадратныхъ футовъ будетъ дана больше, нежели сто: то въ такомъ случаѣ раздѣляется она на сорты,

сорты, которые въ себѣ содержишь, отдѣляя по два знака отъ правой руки къ лѣвой для каждаго сорта. На пр. дано 126872 квадратныхъ лнтей, сдѣлавъ отдѣленіе, произойдутъ 12', 68", 72".

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 163. И обратно дѣлае удобно раздѣляется на свои сорта, по есшъ мѣсто каждаго сорта занимающъ два нуля. На пр. двѣ квадратныя сажени равняются 200 квадратнымъ футамъ, также 2⁰, 00', 00" двадцати тысячамъ квадратныхъ дюймовъ и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 164. Такимъ образомъ, зная сѣ, удобно можно складывать и вычитать числа, которые означаютъ разные сорта мѣры плоскостей, только припомъ всегда должно наблюдать соопенное содержаніе. На пр.

$$\begin{array}{r} 3, 72', 42'' \\ 7, 33, 52 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 16, 05', 94'' \\ 7, 33, 52 \\ \hline \end{array}$$

сумма 16, 05, 94 3, 72, 42 разность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 7.

§. 165. Понеже мѣры длины, будучи взаимно умножены сами на себя, производящъ квадраты, и обратно ежели сѣи будущъ раздѣлены на оныя, произходящъ изъ того оныя мѣры длины (§. 67. Ариэ.); того ради, когда надлежитъ умножать между собою десятичные числа; должно сперва привести оныя въ подобныя сорта, и попомъ умножать обыкновеннымъ образомъ, и произшедшее изъ того произведеніе раздѣлить на сорта, опредѣляя по два числа для каждаго сорта отъ правой руки къ лѣвой. Но ежели плоскостныя числа должно будетъ дѣлить на мѣры длины, то и въ такомъ случаѣ надлежитъ также сдѣлать сперва приведеніе въ подобныя сорта, а попомъ частное число раздѣлить на свои классы отъ правой руки къ лѣвой, опредѣляя по одному знаку для каждаго сорта. На пр. бока 3', 4' надлежитъ умножить на 3', 5', 6": то 340 умножь на 356, будетъ произведеніе 3⁰, 54', 40", и обратно, сѣе число на 240 раздѣливъ, будетъ частное число 3⁰, 5', 6".

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. Желаящій упражняться въ Геодезической практикѣ сверхъ того долженъ знать, сколько квадратныхъ сажень счисляется для каждой десятины, по обыкновенію того города, въ которомъ онъ обываетъ. Въ Саксоніи находятся въ

употребленіи двухъ родовъ десятины, меньшая кошаря по Нѣмецки *Morgen - Acker* называется, и состоитъ изъ 300 квадратныхъ сажень; а большая кошаря *Hufat* называется (средняго жъ вѣка писатели оную *Mansut* называющіе, о чемъ пространно упоминаетъ Циглеръ о имѣн. Церк. гл. 7 §. 34. и слѣд.), содержишь въ себѣ припдасть меньшихъ десятинъ. См. Беупель. Геом. свран. 149. Лейссеро. во прав. Георгич. кн. 1. гл. 2. Но по обыкновенію разныхъ городовъ различныя величины, какъ меньшихъ такъ и большихъ десятинъ, давно уже опредѣлены. См. Гофмани. пруденц. эконом. книг. 2. гл. 3. §. 57.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 167. Вымѣрять площадь косаго параллелограмма, зная основаніе его и высоту.

РѢШЕНІЕ.

Умножь основаніе на перпендикулярную высоту, произведеніе будетъ площадь параллелограмма. Ибо прямая площадь равна косой, когда сія съ оною имѣетъ равное основаніе и перпендикулярную высоту (§ 154.)

ЗАДАЧА XXXII.

§. 168. Вымѣрять площадь псякаго треугольника, когда дане основаніе его и высота.

РѢШЕНІЕ.

Ф. 34. Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и высоту (§. 155.); того ради основаніе АВ должно умножить на высоту CD, и изъ произведенія взять половину. На пр. $AB = 24$, $CD = 8$: то будетъ $24 \cdot 8 = 192$, и половина того $\triangle ADB = 96$.

дру.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь основаніе на половину высоты, произойдетъ изъ того половина предыдущаго произведенія, или площадь треугольника. На пр. 24. $4 = 96$.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Умножь высоту на половину основанія, и произведеніе изъ того равнымъ образомъ будетъ означать площадь треугольника. На пр. 12. $8 = 96$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 169. Но когда поверхность треугольника есть изъ всѣхъ первая и самая простая, и почитается за основаніе прочихъ многоугольныхъ фигуръ: то видно, что зная квадратуру ея, можно вымѣрять всякія площади, какой бы фигуры онѣ ни были.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 170. Вымѣрять площадь правильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Понеже правильной многоугольникъ состоитъ ф. 77. изъ столько равныхъ треугольниковъ, сколько есть боковъ: то одного такого треугольника, когда извѣстно основаніе его и высота, сыскавъ площадь (§. 168.), и умноживъ оную на число боковъ, произведеніе покажетъ всю площадь многоугольника.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Сумму боковъ правильнаго многоугольника умножь на половину перпендикула АС, который изъ центра фигуры на бокъ многоугольника проведенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 171. Принимается въ семъ рѣшеніи известная, кромѣ бока фигуры, одного треугольника высота, а какимъ образомъ сама она, когда будетъ данъ бокъ и углы треугольника, Геометрическимъ образомъ можеть найдена быть, о томъ будетъ показано въ Тригонометрії. Тоже должно наблюдать и въ разсужденіи рѣшенія слѣдующихъ иъкорныхъ задачъ. Когда жъ при фигурѣ уже начерченной будетъ находиться масштабъ Геометрическій, то по оному можно узнавать и величину линій (§. 104.).

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 172. Вымѣрять площадь псякаго трапеція.

РѢШЕНІЕ.

Ф. 85. 1. Раздѣли данный трапецій діагональною линіею $МО$ на два треугольника, и на діагональную, такъ какъ на общее основаніе, опусти перпендикулы, половину суммы ихъ умножь на все основаніе, или всю сумму перпендикуловъ умножь на половину основанія, произведеніе покажетъ количество площади (§. 168.).

Ф. 86. 2. Ежели два противоположенные бока трапеція будутъ параллельны: то разстояніе ихъ ED будетъ общая высота двухъ треугольниковъ, произшедшихъ отъ діагональной линіи. И такъ онажъ высота, будучи умножена на половину суммы параллельныхъ боковъ AB и CD , покажетъ площадь (§. 168.).

ЗАДАЧА XXXV.

Ф. 87. §. 173. Вымѣрять площадь псякой непрямоугольной многоугольной фигуры.

РѢШЕ.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли всю площадь діагональными линіями на треугольники А, В, С.
2. Помощью вымѣрай перпендикулы и основанія тѣхъ треугольниковъ, и найди всѣхъ ихъ поверхностей (§. 168.).
3. Площади всѣхъ треугольниковъ сложи въ одну сумму, которая покажетъ площадь всей многоугольной фигуры.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 174. Дѣлать измѣреніе полей весьма способно можно тогда, какъ фигуры будутъ представляемы въ такихъ изображеніяхъ, въ какихъ весь видъ площади ясно предъ глазами полагается. И такъ о исправномъ сочиненіи оныхъ слѣдуетъ теперь говорить.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 175. *Планомъ* (Ichnographia) называется фигура, которая изображеніе всякой плоской поверхности въ маломъ видѣ, помощью Геометрическаго масштаба начерченное, представляетъ.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 176. Начертить планъ такой площади, Ф. 32. чрезъ которуюездѣ ходить можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Верхи угловъ площади означь чрезъ восткнутые перпендикулярные колы такъ, чтобъ оныя издали видны были.
2. Около середины оной площади въ О поставь столпикъ горизонтально, и къ шпилькѣ, восткнутой въ О, приложи линійку съ діоптрами, и ко всѣмъ верхамъ угловъ проводи линіи.

3. Вымѣрай длины линій AO , BO , и проч. и по масштабу взявъ, перенеси на проведенныя на столѣикъ соотвѣтствующія имъ линіи.
4. Наконецъ крайнія точки сихъ линій соедини прямыми линіями, и такимъ образомъ заключись чертежъ планнй и будещъ представлять видъ большей фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ предыдущихъ (§. 105.), что малые преугольники, около точки O находящіеся, большимъ преугольникамъ подобны, понеже они имѣютъ вездѣ углы равные, и бока тѣмъ угламъ противоположенные пропорціональные; следовательно бока ab , bc и проч. взявъ по масштабу, по которому и прочіе измѣряемы были, показывающъ величину боковъ AB , BC и проч.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Ежели будетъ угодно чрезъ Аспролябію, въ точкѣ o , поставленную, вымѣрять углы, около той точки находящіеся, и величины боковъ AO , BO и проч. опредѣленные саженью, взявъ по Геометрическому масштабу и принаровивъ оныя къ найденнымъ угламъ: то подобная фигура быть можетъ составлена изъ подобныхъ преугольниковъ (§. 62. 105.). Сей способъ для начертанія такой фигуры, которая имѣетъ пространнѣйшую площадь, особливо полезенъ, въ меньшихъ же фигурахъ справедливе употребляеши столѣикъ.

РѢШЕ-

РѢШЕНИЕ ТРЕТІЕ.

Когда площадь фигуры не очень пространная, Ф. 17. и не будетъ инструментовъ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ вымѣрять данной фигуры діагональныя линіи oi и gn , вмѣстѣ съ находящимися на нихъ боками, и по масштабу взять равныя имъ линіи, и изъ найденныхъ боковъ составить всѣ тѣ треугольники A, B, C , изъ которыхъ состоитъ фигура (§. 54.).

РѢШЕНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ.

Или на данной площади, восткнувъ нѣсколько кольевъ, означь оными діагональную линію $odfn$, и діоптры астрольбиі приведши къ прямымъ угламъ, найди точки d, f, g , на которыхъ упадаютъ перпендикулярныя линіи dr, ef, gh , и какъ сіи, такъ и діагональной линіи частицы od, df, fg, gn вымѣрай; такимъ образомъ, помощію масштаба, начертится подобная фигура.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 177. Начертить планъ такой площади, чрезъ которуюездѣ ходить не можно.

Случай первый: Когда крайнія точки данной фигуры могутъ видны быть изъ двухъ станцій. Ф. 79.

РѢШЕНИЕ ПЕРОЕ.

1. Поставь столпикъ въ первой станціи въ F , и восткнувъ на ономъ шпильку въ o , проводи оштуда линіи, какъ къ другой станціи G , такъ и къ верхамъ всѣхъ угловъ фигуры.

2. Помощь вымѣряя разстояніе станцій GF , и по масштабу перенеси оное на линію os , а споликъ въ другую станцію G .
3. Въ сей станціи опять проводи къ F линію os такъ, чтобъ она была параллельна съ GF , и приложивъ линійку къ s , проводи также прямая линіи ко всѣмъ крайнимъ точкамъ фигуры, и гдѣ онѣ пересѣкаютъ первыя имѣ соответствующія линіи, тамъ будутъ крайнія точки требуемаго плана, которыхъ наконецъ линіями соединишь должно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сихъ правилъ уже показано (§. 109.).

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Ежели цѣлымъ кругомъ, или полукружіемъ, всѣ углы линій, которыхъ въ o и s соединяются, будутъ опредѣлены, и разстояніе станцій, вымѣренное саженью, будетъ взято по масштабу: то можетъ составлена быть фигура подобная оной, которую находили чрезъ споликъ.

Случай второй: Когда крайнія точки данной фигуры не могутъ быть изъ двухъ станцій.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

Ф. 90. 1. Въ какомъ ни будь углѣ, на пр. въ A поставь споликъ, и на ономъ взявъ точку, и приложивъ къ ней линійку съ діоптрами, къ ближайшимъ угламъ верхамъ B и E проводи линіи, потомъ самыя тѣ линіи AB и AE вымѣрай, и взявъ величины

личины ихъ по маштабу, перенеси на линѣи, проведенныя на столѣикѣ.

2. По учиненіи сего, перенеси столѣикѣ въ В, и линѣю прежде въ первой станціи къ тойже точкѣ проведенную опять проводи изъ В въ А, и положивъ линѣйку на крайнюю сей линѣи точку, проводи другую къ С, и вымѣряя линѣю В С, опредѣли по маштабу равную ей на другой соотвѣствующей линѣи.
3. Равнымъ образомъ перенеси столѣикѣ въ С, D и Е, и такое дѣйствіе повтораи до шѣхъ поръ, пока послѣдняя линѣя не соединится съ оною, которая въ первой станціи проведена была, и не заключаитъ окруженіе фигуры.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По сему способу составляется въ маломъ видѣ фигура точно подобная большей; понеже и углы равны, и бока пропорціональные въ ней находящіяся (§. 87.). Возмемъ вмѣсто примѣра малый треугольникъ abc ; онъ будетъ равенъ большому ABC , понеже углы при В и b равны, и бока ab и bc равны бокамъ AB и BC , потому что оныя, наблюдая подобную пропорцію, опредѣлены по маштабу (§. 59.). Тоже можно доказать и о другихъ треугольникахъ; чего ради не должно сомнѣваться и о подобіи цѣлой фигуры, когда она вездѣ состоитъ изъ подобныхъ частей (§. 29. Аріѳ.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

Помощію цѣлаго круга, или полукруга, опредѣли всѣ углы А, В, С, и проч. и вымѣрай

вымѣряй бока: то помощію полукружія и маштаба, можеть начерченъ бытъ дома малый планъ большей площади.

Компасъ, или коробочка, въ которой магнитная стрѣлка въ срединѣ круга на градусы раздѣленнаго находится и имѣетъ діоптры (§. 32. нум. 9.), для рѣшенія сей задачи также употребленъ бытъ можеть, понеже помощію его, склоненія боковъ фигуры отъ меридіональной линіи, и при томъ углы, между тѣми боками содержащіяся, скорѣе находятся; но употребленію его справедливѣе самымъ дѣломъ, нежели чрезъ фигуры научиться можно. См. Біон. Фабрик. машем. книг. 4. гл. 7.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 178. Первый способъ, по которому крайнія точки фигуры опредѣляются изъ двухъ станцій, служить также для топографій и хорографій плановъ, или для сочиненія чертежей земныхъ трактовъ. И еслили копорыя мѣста, за препятствіями въ срединѣ ихъ находящимися, не могутъ усмотрѣны бытъ изъ двухъ станцій: то точки ихъ допояются изъ другихъ станцій, и равнымъ образомъ присовокупляются прочія ближайшія мѣста. И такъ, упрощаяющимся въ такой практикѣ, надлежитъ приложить измѣрять одно только разстояніе станцій.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 179. Въ сихъ правилахъ, о которыхъ чрезъ предыдущія задачи объявлено было, содержится Геометрическое описаніе полей и провинцій. Между тѣмъ въ кѣ самъ разумѣетъ то, что мѣста, сверхъ прочихъ примѣчанія достойныя, надлежитъ различать припойными знаками, и внизу фигуръ полагать маштабъ, по которому величины линій взяты были. Сверхъ того положеніе странъ свѣта, помощію иголки, магнитомъ напершой, которой склоненіе

склоненіе уже извѣстно, найденное должно означать. Но какъ о измѣреніи плоскостей, между прямыми линіями заключающихся, довольно уже говорено: то остается только изъяснить раздѣленіе оныхъ.

ЗАДАЧА XXXVIII.

§. 180. Раздѣлить параллелограммъ на двѣ равныя части изъ какой ни будь точки, Ф. 91. на лр. изъ Е.

РѢШЕНІЕ.

Проведи діагональныя линіи AD и CB , и чрезъ точку o , въ которой онѣ пересѣкаются, проведи прямую линію EF , которая раздѣлитъ параллелограммъ на двѣ части $AFCE = FBED$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Удобно явствуетъ, что съ обѣихъ сторонъ линіи EF находящіяся треугольники точно равны, $1 = n$, $2 = r$, $3 = m$, изъ которыхъ, такъ какъ изъ частей, обѣ половины составляются. Ибо то, что $1 = n$, явствуетъ опшуда, понеже углы вертикальные при o равны (§. 48.), и прочіе въ A, B, C, D находящіеся, такъ какъ алтерни, также равны между собою (§. 84.), и $AC = BD$ (§. 135.); того ради $1 = n$ (§. 60.). Равнымъ образомъ доказывается равенство прочихъ треугольниковъ $2 = r$, $3 = m$. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 181. Явствуетъ при томъ и сіе, что точка o , въ которой діагональныя линіи пересѣкаются, состоитъ въ срединѣ параллелограмма, и почитается за центръ фигуры, въ которомъ изъ всякой точки проведенная поперечная линіи EF раздѣляется на двѣ части.

Е

ЗАДА-

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 182. Дана площадь и основаніе треугольника, найти перпендикулярную его высоту.

РѢШЕНІЕ.

Раздѣли данную площадь треугольника на половину основанія, частное число покажетъ искомую высоту (§. 168.).

ЗАДАЧА XI.

§. 183. Раздѣлить трапецій на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

- Ф. 22. 1. Найди сперва площадь такой фигуры (§. 172.), и нашедши оную, раздѣли на двѣ равныя части.
2. Половинную часть сравни съ однимъ большимъ треугольникомъ ABC , который опишъ раздѣли діагональной линіи происходящъ въ трапеціи, и его разность опишъ сего трапеціи найди чрезъ вычисланіе.
3. Найденную разность возьми за площадь треугольника, котораго основаніе есть CB и такъ, зная площадь и основаніе треугольника, найди высоту его по (§. 182.), и по наугольнику возставь оную на основаніи, подѣль котораго ни будь угла B , или C , и проводи линію $Вн$, такимъ образомъ треугольникъ $ВнС$ будетъ показывать разность между треугольникомъ ABC и половиною трапеціи; слѣдовательно, вычепши сію разность изъ большаго треугольника ABC , и придавъ оную къ меньшему треугольнику BCD , сдѣлается то, что линіею $Вн$ вся фигура раздѣлится на двѣ равныя части.

ПРИВА-

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 184. Такимже образомъ можно раздѣлить трапеціи на многія равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 185. И въ многоугольныхъ неправильныхъ фигурахъ части, какъ равныя, такъ и неравныя, въ силу дѣльной пропорціи, могутъ опредѣлены быть, когда количество площади, въ числахъ изображенное, будетъ извѣстно. Понеже треугольники, означающіе разность, до тѣхъ поръ складываются, или вычитаются изъ трапеціи, или преугольниковъ, на которые фигура діагональными линіями раздѣлена, пока всякая частица не сравнится съ данною величиною.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 186. Но для раздѣленія, увеличиванія и уменьшенія плоскостей, Геометрія подаетъ многія другія истинны, изъ которыхъ главнѣйшія теперь предложены будутъ.

ТЕОРЕМА XXII.

§. 187. Треугольники и параллелограммы имѣютъ сложное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже площадь треугольника производится, когда основаніе его будетъ умножено на половину высоты (§. 168.), и площадь параллелограмма происходитъ изъ умноженія основанія его на высоту (§. 158. 167.). Но какъ содержаніе сложное называется, когда произведеніе предыдущихъ и послѣдующихъ принимается, и съ содержаніемъ предыдущаго къ послѣдующему сравнивается (§. 86. Аріст.); Того ради, ежели числа основаній и высотъ будутъ взяты за пропорціональные члены, площади треугольниковъ

ковъ и параллелограммовъ имѣютъ сложенное содержаніе оснований и высотъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 188. Слѣдовательно, ежели такія фигуры имѣютъ равную высоту, площади ихъ содержатся между собою такъ, какъ основанія; а ежели основанія ихъ равны: то они содержатся между собою, какъ высоты. Понеже содержаніе не перемѣняется, когда въ ономъ оба члена будутъ умножены на одно число (§. 119. Арх.).

ЗАДАЧА ХІІ.

§. 189. Раздѣлитъ треугольники и параллелограммы на нѣсколько равныхъ частей.

РѢШЕНІЕ.

Р. 93. Раздѣли основаніе на сколько равныхъ частей, сколько будетъ имѣть площадь треугольника, или параллелограмма, и въ параллелограммахъ съ боками параллельными, а въ треугольникахъ соединяющіяся въ верьху линіи, проводи; такимъ образомъ, въ разсужденіи обоихъ случаевъ, найдутся требуемыя части (§. 188.).

ТЕОРЕМА ХХІІІ.

§. 190. Въ подобныхъ треугольникахъ и параллелограммахъ высоты ихъ пропорціональны сходственнымъ бокамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Р. 95. Опуститъ перпендикулы ae и AE , понеже $\triangle abc \infty \triangle ABC$: то будетъ уголъ $b = B$ (§. 93.), и $e = E$, поколику суть оба прямые; слѣдовательно уголъ $a = A$ (§. 85.), и въ равноугольныхъ треугольникахъ имѣетъ мѣсто

мѣсто слѣдующая пропорція, $ab:ae=AB:AE$, или чрезъ членъ, $ab:AB=ae:AE$ (§. 12. Ариѳ.), и для тойже причины, $ac:AC=ae:AE=bc:BC$. Въ подобныхъ же параллелограммахъ ac и AC , которые составляются изъ двухъ подобныхъ треугольниковъ (§. 152.), тоже всконечно должно служить §. 113. нум. 2. Ариѳ.). Ч. и. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 191. Изъ сей и предыдущей теоремы явствуетъ, что подобные треугольники и параллелограммы имѣютъ удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ, то есть, содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ (§. 86. 152. Ариѳ. и §. 159. Геом.). Пусть будетъ высота $ae=2$, основаніе $bc=3$, также $AE:BC=8:12=2:3$ (§. 84. 120. Ариѳ.): то, когда площади такихъ фигуръ имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ (§. 187.), и сложенное содержаніе дѣлается изъ умноженія предыдущихъ и слѣдующихъ пропорціональныхъ чиселъ (§. 86. Ариѳ.), будетъ (понеже $2:3=2:3$) содержаніе сложенное удвоенное $4:9$, какое имѣютъ двѣ площади $6:72$, и квадраты сходственныхъ боковъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 192. Тоже должно разумѣть и о многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, которыя составляются изъ подобныхъ треугольниковъ (§. 113. нум. 3. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 193. Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ Ипотенузы равенъ суммѣ квадратамъ прочихъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

На бокахъ такого треугольника сдѣлай Ф. 97 квадраты I. II. III. (§. 137.), и изъ прямого угла треугольника ABC къ Ипотенузѣ проведи перпендикулярную линію ALI, кото-

рая квадраты ипопенузы раздѣлитъ на два продолговатые чепыреугольника ВІ и LK, и будетъ доказано, что продолговатый чепыреугольникъ ВІ = квадрату DB, а продолговатый чепыреугольникъ LK = квадрату FC. Ибо проведши линіи ЕС, АН, ВG, АК, сдѣлается $\triangle EBC = \triangle ABH$, понеже они имѣютъ два бока равные, то есть $AB = EB$, и $BC = BH$, и уголъ $EBC = ABH$, для того что оба изъ прямого угла квадрата, и среднего общаго АВС составляющіе (§. 28. Ариѳ.); слѣдовательно и цѣлыя такіе треугольники равны между собою (§. 59.). Равнымъ образомъ даказывается, что $\triangle BCG = \triangle ACK$. Но понеже $\triangle EBC$ есть половина меньшаго квадрата DB (§. 155.), и $\triangle ABH$ есть также половина продолговатаго чепыреугольника ВІ (§. 155.); того ради $\square DB =$ продолговатому чепыреугольнику ВІ (§. 31. Ариѳ.). Также $\triangle BCG = \frac{1}{2} \square FC$, и $\triangle ACK = \frac{1}{2} LK$ (§. 155.); слѣдовательно $\square FC =$ продолговатому чепыреугольнику LK, и квадраты I — II = III. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 194. Сія теорема найденная Пиеагоромъ, Пиеагоропомъ, и для великой своей пользы, которую она въ наукѣ о величинахъ подаетъ, Магистромъ Математики (Magister Matheseos), и теоремою достойною еѣ пологъ (hecatombe), называется. Витрувій IX. 2. пишетъ, что Пиеагоръ нашелъ тогда сію истинну, когда уразумѣлъ, что прямоугольный треугольникъ составляется изъ того, когда три бока имѣютъ содержаніе слѣдующихъ чиселъ 3. 4. 5. потому что двухъ первыхъ боковъ квадраты $9 + 16$ равняются третьяго бока квадрату

шу 25. Почему, изъ соединенія трехъ подобныхъ линіекъ, наугольникъ весьма исправно и удобно дѣлается. См. Прокл. Коммен. къ Эвкл. кн. IV.

ПРИВАНЛЕНІЕ.

§ 195. Если квадраты меньшихъ боковъ а въ прямоу-
гольномъ треугольникѣ опредѣляются числами (§. 152.),
и изъ суммы ихъ будетъ извлеченъ квадратный радикалъ:
то произойдетъ изъ того бокъ гипотенузы (§. 154.
Арие.). Но понеже разность между квадратомъ гипо-
тенузы и квадратомъ одного бока показывается ква-
дратъ другого бока: то извлеки изъ него радикалъ,
будетъ извѣстенъ третій бокъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 196. Надлежитъ здѣсь включить примѣры
не соизмѣримыхъ количествъ, которые въ линіяхъ,
а не въ числахъ представлены бытъ могутъ (§. 14.
155. Арие.). То есть діагональная линія квадрата BG
есть не соизмѣримая боку квадрата. Понеже $\square BG$ ф. 99.
 $\square BL + \square LG = \square BG$ (§. 193.), и когда каждый
бокъ и квадратъ его, будетъ единица: то сдѣ-
ляется $\square BG = 2$, изъ котораго числа не можетъ
извлеченъ бытъ квадратный радикалъ (§. 154. Арие.),
и потому діагональная линія BG не имѣетъ содер-
жанія къ боку квадрата, какъ число къ числу, или
еще не соизмѣримая боку; и какъ діагональной ли-
нѣи, такъ и того бока общей мѣры не находится.

Также въ тойже фигурѣ, если линіи FG и
GK, между которыми средняя пропорціональная
есть LG (§. 120.), будутъ имѣть содержаніе ша-
кихъ чиселъ, между которыми среднего пропорці-
ональнаго числа не находится, на пр. 3 : 2 : то бу-
детъ продолговатый четырехугольникъ FGHI, или
произведеніе изъ боковъ б. (§. 158.) равно квадрату
средней пропорціональной линіи LG. Но понеже
изъ произведенія, то есть, изъ числа шести не
можно извлечь квадратнаго радикала: то и линія LG
есть не соизмѣримая линіямъ FG, и GK. Прошран-
іе сей доводъ извѣщаютъ Парді. основ. Геом. кн.
VII. Лами. въ основ. о матем. кн. 6. Впрочемъ

примѣромъ удивительной сей несоизмѣримости нѣкоторыхъ линій, Геометры доказываютъ раздѣленіе величины въ безконечность. См. Барров. лекц. 1. матем. стран. 18. Доводы на то же концѣ отъ Асимптотъ (ab asymptotis) выведенные, разсужденіе Конхоиды (conchoidis), и Гиперболы (hyperbolis) покажетъ.

ЗАДАЧА XLII.

§. 197. Сдѣлать Геометрическимъ образомъ такой квадратъ, который бы равенъ былъ двумъ даннымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Соедини бока данныхъ двухъ квадратовъ подъ прямыми углами, и сдѣлай преугольникъ прямоугольный, на Ипоменузѣ его поставленный квадратъ будетъ равенъ двумъ квадратамъ прочихъ боковъ (§. 193.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 198. Равнымъ образомъ можетъ сдѣланъ быть одинъ квадратъ равный многимъ квадратамъ.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 199. Сдѣлать продолговатый четырехугольникъ равный треугольнику.

РѢШЕНІЕ.

Ф. 98. Взявши половину основанія преугольника и перпендикулярную его высоту, сдѣлай продолговатый четырехугольникъ ED (§. 137.), который будетъ равенъ площади $\triangle ABC$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже продолговатый четырехугольникъ, естли бы съ преугольниковъ имѣлъ одинакое основаніе и высоту, былъ бы вдвое больше преугольника (§. 155.); слѣдовательно половина его, то есть, продолговатый четы-

четыреугольникъ $ED = \triangle ABC$ (§. 188.)
Ч. н. д.

ЗАДАЧА XLIV.

§. 200. Сдѣлать квадратъ равный треу-ф. 99.
гольнику.

РѢШЕНИЕ.

Преврати $\triangle ABC$ въ продолговатый четыре-
угольникъ ED (§. 199.), помѣвъ между дву-
мя боками сего продолговатаго четыреу-
гольника найди среднюю пропорціональную
линію LG (§. 119.): то будетъ квадратъ
ея $MG = \triangle ABC$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ въ числахъ, такъ и въ ли-
нѣяхъ, когда будутъ даны три количества
непрерывно пропорціональныя, произведе-
ніе крайнихъ равняется квадрату сред-
няго (§. 111. Арио.); слѣдовательно продол-
говатый четыреугольникъ $FL = FG$. GK
(§. 158.) $= \square LG$ (§. 119. 159.) (Ч. н. д.)

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 201. И понеже треугольникъ есть фигура изъ всѣхъ
первая и самая простая: то видно, что и другимъ много-
угольнымъ фигурамъ, которыя состояются изъ тре-
угольниковъ, равный квадратъ сдѣланъ быть можетъ.

ТЕОРЕМА XXV.

§. 202. Площадь круга равняется
такому треугольнику, который осно-
паніемъ имѣетъ окружность, протяну-
тую по прямой линіѣ, а высоту ра-
вную полуперпендикулу.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего объявлено было, что въ кру-Фиг-
гѣ могутъ написаны быть правильные много-^{100.}

Е 5 уголь.

угольники (§. 144. и слѣд.). Положимъ, что въ кругѣ написанъ шестіугольникъ: то видно, что бока его много еще отъ окружности круга отстоятъ. Но ежели на двѣ части раздѣлишь дугу того круга (§. 67.), и напишешь въ немъ двенадцатиугольникъ: то бока его ближе будутъ подходить къ дугамъ круга, и естли продолжая далѣе раздѣленіе тѣхъ дугъ на двѣ части, будешь писать въ кругѣ многоугольники, имѣющіе по 24, по 48, и больше боковъ: то оныя гораздо уже ближе будутъ подходить къ окружности дугъ, такъ что на концѣ тѣхъ дуги, мало, или почти ничего не будутъ разнствовать отъ тѣхъ хордъ. Чего ради окружность круга можетъ сравниться съ многоугольникомъ, имѣющимъ безчисленное число боковъ, которые отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности весьма мало различествуютъ. Явствуетъ также и то, что многоугольники составляются изъ равныхъ треугольниковъ, коихъ основанія суть бока того многоугольника, а бѣдра ихъ въ центрѣ круга соединяются, на пр. ABD, ADE и проч. Но когда основанія такихъ треугольниковъ весьма малыя, такъ что ни мало не различествуютъ отъ самыхъ малѣйшихъ дугъ окружности: то и высота ихъ можетъ принята быть за равную полуперпендику, по колику она весьма мале, или почти ничего не различествуетъ отъ ихъ боковъ. И когда изъ многихъ треугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой многоугольникъ, ко-

торый

торый содержитъ въ себѣ основанія всѣхъ прочихъ, и имѣетъ общую съ ними высоту (§. 188.): то слѣдуетъ, что площадь круга DEF правильно равняется такому треугольнику ABC , коего основаніе равно окружности круга, а высота AB полуперешнику его. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 203. И такъ, ежели бы прямая линія могла сдѣлана быть равная окружности круга, *квадратура круга* (*quadratura circuli*) такимъ же бы образомъ, какъ и измѣреніе площади въ треугольникѣ, учинена была; то есть полуперешникъ, на половину окружности будучи умноженъ, производилъ бы площадь круга (§. 168.). положимъ, что перешникъ данъ 100: то окружность будетъ 314 (§. 129.); слѣдовательно полуперешникъ 50, умноживъ на половину окружности 157, площадь круга будетъ 7850.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 204. Изъ тогожъ, о чемъ уже сказано, что кругъ можетъ принять быть за правильный многоугольникъ, котораго самыя малѣйшіе бока ни чего не разнятся отъ дугъ окружности, явствуетъ, что окружности круговъ содержатся между собою, какъ перешники, или полуперешники; понеже окруженія подобныхъ треугольниковъ, изъ которыхъ всякіе правильные многоугольники и также кругъ, состояются, имѣютъ содержаніе сходственныхъ боковъ. Ибо окружности состоятъ изъ суммы всѣхъ боковъ, и суммы предыдущихъ и послѣдующихъ подобныхъ пропорціональных членовъ содержатся между собою такъ, какъ всякой предыдущій къ своему послѣдующему (§. 113. Ариф.). Тоже явствуетъ и изъ §. 129, гдѣ о непрерывной пропорціи перешника и круга говорено.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 205. Но площади круговъ имѣютъ удвоенное содержаніе перешниковъ, или полуперешниковъ. То есть, содержатся между собою, какъ квадраты перешниковъ, или полуперешниковъ. Понеже всѣ подобные треугольники, изъ которыхъ площади круговъ состояются, имѣютъ удвоенную пропорцію сходственныхъ боковъ, или высотъ (§. 191. и слѣд. 206.).

ТЕОРЕМА XXVI.

Фиг.
101.

§. 206. Площадь круга, къ квадрату въ немъ написанному $OMPS$, содержится такъ, какъ половинная окружность къ поперешнику, и площадь круга къ квадрату поперешника, около круга описанному $LNQR$, содержится такъ, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Во первыхъ извѣстно то, что \square въ кругѣ написанный $OMPS$ есть половина \square около круга описаннаго $LNQR$. Пенеже $\triangle OMP = \frac{1}{2} LONP$ (§. 155.), и $\triangle OMP = \triangle OSP$ (§. 127.); слѣдовательно $\square OMPS =$ продолговатому четыреугольнику $LONP$, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. Потомъ продолговатый четыреугольникъ изъ полупоперешника $MC = LO$, на половину окружности OMP , то есть, самая площадь круга (§. 203.) къ продолговатому четыреугольнику $OLNP$, одинакой высоты, то есть, къ \square въ кругѣ написанному содержится такъ, какъ основанія (§. 188.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ поперешнику OP . Чего ради тотже кругъ къ продолговатому четыреугольнику LP , вдвое взятому, то есть къ \square около круга описанному LR содержится такъ, какъ половинная окружность къ двумъ поперешникамъ, или раздѣливъ на двое количества пропорці-

пропорціональные (§. 120. Ариф.), кругъ буденъ содержаться къ квадрату поперешника такъ, какъ четвертая часть окружности содержится къ поперешнику. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 207. Чего для, принявъ какую ни будь пропорцію окружности къ поперешнику, содержаніе площади круга къ квадрату поперешника можетъ изображено быть въ числахъ. То есть. по Архимед. кругъ къ квадрату поперешника содержится, какъ $\frac{1}{2} : 7 = 11 : 14$; по Цейлен. какъ 785 : 1000; по Мед. какъ 355 : 452.

ЗАДАЧА XLV.

§. 208. Найти площадь круга, когда данъ поперешникъ его.

РѢШЕНІЕ.

Число, означающее величину поперешника, умножь само на себя, чтобъ имѣть квадратъ его, потомъ посылай: какъ 1000 къ 785; такъ данный квадратъ поперешника къ площади круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 209. Обратно, зная площадь круга, для квадрата поперешника посылай, какъ 785 : 1000, такъ данная площадь круга къ квадрату поперешника.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 210. Секторъ круга, или пырѣзокъ Фиг. изъ круга (sector circuli), называется такая ^{102.} часть площади ACBD, которая между двумя полупоперешниками и находящеюся между ими дугою окружности содержится.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 211. Вымѣрять площадь Сектора, когда данъ полулоперешникъ и дуга круга, между которыми содержится Секторъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Дугу, коей число градусовъ извѣстно, преврати въ прямую линію, то есть, найди

найди сперва величину всей окружности (§. 129), и потомъ посылай: какъ 360 град. къ найденной долготѣ всей окружности, такъ данное число градусовъ къ долготѣ дуги ADB .

2. На конецъ умножь половину дуги ADB на полупоперешникъ AC , произведение изъ того будетъ площадь Сектора.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже какъ весь кругъ равняется такому треугольнику, коего высота есть полупоперешникъ, а основание окружность, въ прямой линіи протянутая (§. 202.): то и секторъ можетъ принятъ быть за такой треугольникъ, коего высота есть полупоперешникъ, а основание дуга ADB , откуда и измѣреніе его явствуетъ (§. 108.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 212. И часть сектора EFG , которая между хордою EF , и дугою EGF содержится, будетъ известна, ежели треугольникъ CEF вычтется изъ цѣлаго сектора $CEGF$.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 213. *Луначка Иппократа Хійскаго* (Lunula Hippocratis Chii), (который первый Фиг. 103. квадратуру ея изобрѣлъ) есть площадь, которая между дугою полукружія ADB , и четвертью круга AEB изъ центра E (который чрезъ проведенную линію CD означаетъ такимъ образомъ, что въ была $CD=CE$) полупоперешникомъ AF описанною содержится.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 214. Квадратъ луначку Иппократу $ADEB$.

РѢШЕ.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти полуперешникомъ AC полукружіе ADB , попомъ сдѣлай $AC = CE$, и проводи инопенузу AF , и ею, такъ какъ полуперешникомъ, изъ точки F опиши четверть круга AEB .
2. Помомъ изъ известнаго основанія BA и высоты CF , которая есть половинная часть основанія, найди площадь $\triangle ABF$ (§. 168.), которая будетъ равна луначкѣ $ADEB$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ инопенузы AF равенъ $\square AC + \square GF$ (§. 193.); слѣдовательно четвертая часть круга $AEBF$ равна полукружію $ADBC$. Понеже круги содержатся между собою такъ, какъ квадраты полуперешниковъ (§. 205.), и кругъ полуперешникомъ AF описанный есть вдвое больше того круга, который полуперешникомъ AC описанъ, и четвертая его часть равняется половинѣ сего. Но ежели отъ равныхъ, то есть. отъ четверти круга $AEBF$, и полукружія $ADBC$ отнимешь общее, въ срединѣ находящееся пространство $AECB$: то останутся равныя, то есть луначка $ADBE = \triangle CABF$ (§. 26. Ариѳ.); чего ради площадь сего треугольника равна луначкѣ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 215. И такъ ясно можно отсюда разумѣть точную квадратуру частицы площади круговой, хотя никакъ еще не могъ квадровать цѣлой площади.

ГЛАВА ТРЕТІЯ СТЕРЕОМЕТРІЯ

ИЛИ

О

ИЗМѢРЕНІИ ТОЛСТОТЫ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 216.

Толстота (solidum), или *тѣло* (corpus) есть то, что имѣетъ длину, ширину и толщину. Или есть такое протяженіе, которое ограничивается поверхностями.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 217. И такъ Геометры описываютъ не Физическое тѣло, но такое пространство, которое занимаетъ Физическимъ тѣломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 218. Способъ изображенія Геометрическаго тѣла изъясняется по большей части тѣмъ, еслили въ умѣ будетъ представлена такая поверхность, которая движется по протяженію нѣкоторой линіи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 219. Классы тѣлъ, смотря по различію поверхностей, которыми они ограничиваются, пристойнѣе могутъ учреждены быть такимъ образомъ, чтобъ во первыхъ разсуждать о тѣхъ тѣлахъ, которыя плоскими поверхностями, а потомъ о другихъ, которыя одними выпуклыми и плоскими ограничиваются.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 220. Къ первому классу принадлежатъ *призмы* (prismata). Происхожденіе ихъ изъясняется тѣмъ, ежели въ умѣ будетъ представлена поверхность плоская съ углами, движущаяся по линіѣ опредѣленной длины. И такъ треугольникъ АВ, опускаясь внизъ по линіѣ А С, производитъ *треугольную призму* А D (prisma triangulare). Но параллелограммъ DE, опускаясь по линіѣ D F, *четыреугольную призму* (prisma quadrangulare), а пятиугольникъ F G, двигаясь по линіѣ F H, означаетъ *пятиугольную призму* (prisma quinquangulum); такимъ же образомъ производятся и другія многоугольныя призмы. Оныя призмы, коихъ всѣ противоположенныя поверхности параллельны и равны между собою, называются *параллелепипедами* (parallelepipeda), какой есть D E F.

Фиг.
104.

Фиг.
105.

Фиг.
106.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVIII.

§. 221. Ежели квадратъ А будетъ двигаться по линіѣ, боку его равной: то происходитъ изъ того *кубъ* (cubus), или такое тѣло, которое со всѣхъ сторонъ ограничивается шестью квадратами.

Фиг.
107.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

§. 222. Другой видъ тѣлъ, которыя ограничиваются плоскими поверхностями, составляютъ *пирамиды* (pyramides), или такія толстоты, которыя имѣютъ угловатое основаніе, а верхъ острый; или которыя замыкаются столькими плоскими треугольниками, сколько боковъ имѣетъ основаніе, и смотря по числу угловъ основанія, во особливости

Фиг.
108.
109.

Ж

назы-

называются *треугольныя* (triangulares), *четыреугольныя* (quadrangulares) итакъ далѣе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 223. Поверхность выпуклистую со
 Фиг. всѣхъ сторонъ имѣетъ *шаръ* (sphaera), коего
 110. составленіе есть такое, что прямыя линіи, изъ средняго въ шаръ центра D, на поверхность проведенныя DA и DB, суть равны между собою. Шаръ происходитъ изъ того, когда полукружія плоскость ADBC обернется около неподвижнаго поперешника АВ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 224. Поверхность отъ части выпуклистую, отъ части плоскую имѣетъ *Цилиндръ* (Cylindrus), или такое круглое тѣло, которое
 Фиг. происходитъ изъ того, когда прямая линія
 111. В D около двухъ равныхъ и параллельныхъ круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ тому мѣсту, откуда начала двигаться. Или Цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ CD оборачивается около одного своего неподвижнаго бѣка СЕ. Цилиндръ называется *прямой* (rectus) AD, когда ось СЕ перпендикулярна къ основанію, а *скаленъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда ось F I наклонена къ основанію.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLII.

§. 225. *Конусъ* (conus) есть такая толсто-
 Фиг. та, которая имѣетъ основаніе круглое, а высоту острую, и происходитъ, когда
 113. линія АС, однимъ концомъ будучи утверждена въ А, и наклонена къ окружности круга ВС, оборачивается около оной до тѣхъ поръ, пока не возвратится къ той точкѣ, откуда начала

чалà двигаться. Или когда треугольникъ ADC вкругъ оборачивается около неподвижнаго бока AD. *Прямой конусъ* (rectus conus) есть, когда ось AD будетъ перпендикулярна къ поперешнику круглаго основанія, а *скаленъ* (scalenus) или *косой* (obliquus), когда ось EN наклоняется къ поперешнику основанія.

Фиг.
114.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

§. 226. Тѣла суть, или *правильныя* (regularia), которыя со всѣхъ сторонъ ограничиваются правильными и между собою равными фигурами (кои отъ Грековъ *гранями*: *εδραις*, то есть *мѣстами*, или *основаніями* (sedes vel bases) называются); или *неправильныя* (irregularia), которыя не имѣютъ такихъ предѣловъ. Правильныхъ тѣлъ есть пять. 1. *Тетраэдръ* (tetraëdram), то есть *четырегранное тѣло*, или пирамида А, ограниченная четырьмя равносторонними и между собою равными треугольниками. 2. *Кубъ* (cubus), или *Гексаэдръ* (hexaëdram), то есть, *шестигранное тѣло*, которое ограничивается шестью равными квадратами. (§. 221.). 3. *Октаэдръ* (octaëdram), то есть *осмигранное тѣло*, или двойная четырехугольная пирамида. 4. *Додэкаэдръ* (dodecaëdram), то есть *двенадцатигранное тѣло*, которое замыкается двенадцатью правильными пятиугольниками. 5. *Икосаэдръ* (Icosaëdram), то есть *двадцатигранное тѣло*, которое ограничивается двадцатью равносторонними и между собою равными треугольниками.

Фиг.
115.

Фиг.
116.

Фиг.
117.

Фиг.
118.

ПРИБАВЛЕНІЕ I.

§. 227. Пожеже правильныя тѣла со всѣхъ сторонъ огра.

Ж 2

нички.

начинаются правильными фигурами: то могутъ оныя написаны бытъ въ кругѣ такъ, что углы ихъ будутъ кончиться на поверхности шара (§. 147.). И такимъ образомъ въ срединѣ сихъ тѣлъ будетъ находится центръ Сферической поверхности.

ПРИБАВЛЕНИЕ 2.

§. 228. Ежели отъ угловъ правильныхъ тѣлъ къ центру проведутся прямыя линіи: то видно, что оныя тѣла состоялиются изъ такихъ пирамидъ, коихъ основанія суть грани тѣла, а верьхи ихъ соединяются въ центръ.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 229. Изобразить чертежи правильныхъ тѣлъ на толстой бумагѣ.

РѢШЕНИЕ.

Фиг. 1. Для Тетраэдра. На толстой бумагѣ начерти \triangle равносторонный ABC, и пересѣкши бока его на двѣ части, раздѣли на другіе подобные и между собою равные четьре преугольника, комерые покажутъ грани Тетраэдра, коихъ концы согнувъ и слѣпивъ клѣмъ, будетъ готовъ желаемый чертежъ того тѣла.

Фиг. 2. Для Эксаэдра: сдѣлай шесть квадратовъ, и соедини оныя между собою, какъ фигура показываетъ.

Фиг. 3. Для Октаэдра. Соедини восемь равностороннихъ и равныхъ преугольниковъ такъ, какъ фигура ясно изображаетъ.

Фиг. 4. Для Додекаэдра. Начерти сперва одно правильное пятиугольное основаніе (§. 141.), и около онаго сдѣлай пять подобныхъ и равныхъ пятиугольниковъ. Но сіе короче сдѣлается, когда отъ каждого угла пятиугольника, чрезъ оба концы противоположеннаго бока будутъ проведены прямыя линіи, и отрѣжется отъ нихъ величина

много-

многоугольнаго бока. Ибо тогда на концахъ n и t сихъ боковъ, распвореніемъ бока пятиугольника n и t х, едѣлавъ разрѣзы въ $х$, заключишся вся фигура. Равнымъ образомъ описываются прочіе шесть равные правильные пятиугольника.

5. Для *Икасаэдра* жѣ какимъ образомъ Фиг. 123. дватцать равныхъ треугольниковъ соединяются, также чертежъ ясно предъ глаза предсказываетъ.

6. Наконецъ, когда такіа начерченныя фигуры вырѣзываются изъ бумаги, должно наблюдать, чтобъ изъ крайнихъ боковъ одинъ послѣ другаго имѣлъ кромку, на которую бы ближайшій бокъ положишь, и къ ней приклѣить его можно было.

ТЕОРЕМА XXVII.

§. 230. *Правильныхъ тѣлъ есть только пять.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже извѣстно, что углы, находящіеся около одной средней шочки, всѣ вмѣстѣ содержатъ 360 градусовъ (§. 46.), и соединяются на плоскости круга около центра; того ради три плоскіе угла, которые составляютъ толстый уголъ правильного тѣла, должны содержать въ себѣ меньше, нежели 360 градусовъ. Ибо, въ противномъ случаѣ, соединяющіеся углы не могутъ произвести толстаго угла, или выходящей тѣла оспрошы. Также должны соединяться углы правильныхъ фигуръ,

Ж 3 ко-

коими помянутыя шѣла ограничиваются. И такъ, когда соединяются при угла равнос-
 роннаго. треугольника, изъ которыхъ каждый
 содержитъ въ себѣ по 60 градусовъ (§. 82.),
 а вся сумма ихъ составляетъ 180 градусовъ,
 происходишь изъ того полный уголъ, какой
 въ верьху *Тетраэдра* и находится; четы-
 режъ такіе угла соединяются въ *Октаэдрѣ*,
 и всѣ вмѣстѣ дѣлають 240 градусовъ, а пять
 въ *Икосаэдрѣ*, и заключають 300 градусовъ;
 шесть же угловъ, по 60 градусовъ, не могутъ
 соединиться, понеже они, всѣ вмѣстѣ взя-
 тые, составляютъ сумму 360 градусовъ, и
 перемѣняются въ плоскость. Естьлижъ квад-
 раты, вмѣсто треугольниковъ, будучи соеди-
 няются: то и изъ нихъ можетъ составленъ
 быть полный уголъ, потому что въ квадра-
 тѣ каждый уголъ по 90 градусовъ, и трехъ
 такихъ угловъ сумма \equiv 270 градусовъ, какая
 и находится въ *Эксаэдрѣ*. Но четыре такіе
 прямые угла содержатъ въ себѣ также 360
 градусовъ, и перемѣняются въ плоскость.
 Наконецъ, понеже пятиугольника уголъ \equiv 108
 градусовъ (§. 144.), трижды взятый, дѣлаеть
 сумму 324 град. сія сумма градусовъ еще го-
 дится для составленія полнаго угла, какая
 и находится въ *Додекаэдрѣ*. А что прочихъ
 правильныхъ многоугольниковъ углы не годя-
 ся для составленія полнаго угла, сіе явст-
 вуетъ изъ тогожъ (§. 144.). Ибо когда въ
 шестиугольникъ три угла, вмѣстѣ взятые,
 равняются 360 градусамъ, сумма трехъ уг-
 ловъ въ другихъ многоугольникахъ будетъ
 больше 360 градусовъ. Ч. н. д.

ОПРЕ-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 231. *Мѣра тѣлѣ* (mensura corporum) есть кубъ известной величины, коего бока бываетъ равенъ сажень, футу, дюйму, линѣ, или другой какой ни будь определенной долготы

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 232. Слѣдовательно тогда сколько измѣряемъ мы толщину тѣла, когда находимъ, сколько разъ малой кубъ содержится въ предложенной какой ни будь толщине (§. 3 и 4. предув.).

ЗАДАЧА XLIX.

§. 233. Найти толщину куба, когда данъ бока его.

РѢШЕНІЕ.

1. Данной бока DC умножь самъ на себя, (Фиг. 124.) и произойдетъ квадратъ основанія DB (§ 159.).
2. Оный квадратъ опять умножь на данный бока, произведение покажетъ толщину куба.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Знавши число малыхъ квадратовъ, которые содержатся въ основаніи, будетъ припомъ известно, сколько малыхъ кубовъ можетъ поставлено быть на основаніи. Потомъ, когда въ другомъ умноженіи сей рядъ кубовъ повпорядку столько разъ, сколько дозволяетъ высота куба, будетъ известно, сколько малыхъ кубовъ большій кубъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно толщина его найдена. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 234. Понже мѣры Геометровъ раздѣляются на десять частей (§. 11.); того ради всякой кубъ, имѣющей вмѣсто бока линію, состоящую изъ 10 частей, содержитъ въ себѣ тысячу кубовъ, коихъ бока есть деся-

тая часть линѣи. То есть, кубическая еажень 1000 кубическихъ футовъ, кубическѣй футъ 1000 кубическихъ дюймовъ, кубическѣй дюймъ 1000 кубическихъ линѣй въ себѣ заключаетъ.

ПРИВАВЛЕНІЕ 2.

§. 235. Чего ради въ Стереометріи пропорція мѣръ опять перемѣняется, и дѣлается тысячная, которая въ первой главѣ десятерная, а въ другой сотенная была.

ПРИВАВЛЕНІЕ 3.

§. 236. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ отдѣлять сорты мѣръ, которые содержатъ въ себѣ данное число. На пр. ежели будутъ даны 2567802 кубическіе дюйма: то отдѣленіе классовъ, или сортовъ дѣлается отъ правой руки, и для каждаго сорта оставляется по три знака, что сдѣлавъ, произойдутъ 2 кубич. саж. 567 куб. фут. 802 куб. дюйм. Изъ чего легко можно разумѣть правила, какъ вычислять толщину тѣла.

ПРИВАВЛЕНІЕ 4.

§. 237. Что въ Арифметикѣ о кубическихъ числахъ сказано (§. 157. Ариѳ.), что они имѣютъ упрощенное содержаніе своихъ радикаловъ, тоже издѣсь должно разумѣть о толстыхъ кубахъ. То есть, кубы имѣютъ упрощенное содержаніе своихъ боковъ.

ЗАДАЧА I.

§. 238. Найти толщину параллелипипеда.

РѢШЕНІЕ.

Ежели основаніе будетъ прямоугольное: то площадь его находится, умноживъ длину на ширину (§. 158.); естлижъ основаніе будетъ параллелограммъ косый: то бокъ длины умножается на перпендикулъ (§. 167.), попомъ площадь основанія умножается на высоту призмы, произведеніе изъ того покажетъ толщину тѣла, какъ то явствуетъ изъ вышепредложеннаго доказательства предыдущей задачи. На пр. спрашивается толщина призмы AD. Положимъ, что $DF = 2^\circ 3' 6''$, $EF = 3^\circ 5' 6''$, $BF = 9^\circ 4' 7''$: то произведеніе двухъ пер-

первыхъ множителей 8° , $26'$, $00''$ будетъ
вмѣсто основанія, которое, будучи умно-
жено на высоту $BF = 947$, производитъ
искомую площадь $78^{\circ}. 222', 200''$.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 239. Параллелепипедъ AD , чрезъ Фиг.
125.
диагональную плоскость $ACED$, раз-
дѣляется на двѣ равныя треугольныя
призмы.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже параллелограммъ AB , диагональ-
ною линіею AC , раздѣляется на два рав-
ные треугольника ABC и ACB (§. 151.).
Но такіе треугольники, движеніемъ своимъ
по тойже линіи CD , означаютъ треуголь-
ныя призмы ABD и ACE ; слѣдовательно
онѣ равны между собою (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 240. Всякая треугольная призма есть половина че-
тырехугольной, которая съ оною имѣетъ одинакую
высоту и двойное основаніе.

ТЕОРЕМА XXIX.

§. 241. Треугольныя призмы AF
и GE , которыя имѣютъ одинакое, или Фиг.
126.
равное основаніе, и одинакую пер-
пендикулярную высоту, равны между
собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже равные треугольники BFE и EFH
(§. 153.), будучи двигнуты по тойже ли-
нѣи EC , опредѣляютъ равныя простран-

Ж 5 спца,

ства, или подпошы, то есть, треугольные призмы AF и GE (§. 220.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНЕ 1.

Фиг. §. 242. Тоже служилъ и о чепыреугольныхъ призмахъ,
127. кои суть вдвое больше треугольныхъ (§. 31. Арие.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 243. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призмахъ, которые имѣютъ равныя основанія и одинакую перпендикулярную высоту, тоже разумѣть должно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 244. И понеже извѣстно, что площадь круга можетъ принята бытъ за многоугольникъ, состоящій изъ безчисленныхъ боковъ (§. 202.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ бупто бы изъ безчисленныхъ треугольныхъ призмъ. По чему цилиндры прямые и косые C и D , находящіяся на одномъ основаніи, и состоящіе между тѣмижъ параллельными линіями, равны между собою.

ЗАДАЧА II.

§. 245. Вымѣрять призмы всякаго рода, также цилиндры прямые и косые.

РѢШЕНІЕ.

Площадь основанія, по правиламъ второй главы (§. 158. 167. 208.) найденную, умножь на перпендикулярную высоту призмы, или цилиндра, произведение покажетъ искомую толщину (§. 241. и слѣд.).

ТЕОРЕМА XXX.

Фиг. §. 246. Треугольники ONM , и $опт$,
129. которые, въ равномъ разстояніи отъ основанія, происходятъ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, равны между собою.

ДОКА-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всѣ бока такихъ треугольниковъ равны между собою: то они составляютъ равные треугольники (§. 127.). А что бока всѣ равны, сіе доказывается такимъ образомъ: возьми во особливости двѣ треуголь- Фиг. нныя пирамиды поверхности ABD и *abd*: то, 130. для подобія треугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линій OM и *om*, AR и *ar*, служатъ такія пропорціи (§. 92.):

$$AR:AL=BR:OL=RD:LM.$$

и соединивъ предыдущіе и послѣдующіе члены послѣдней пропорціи (§. 113. нум. 2. Ариѳ.), будетъ

$$BR+RD:OL+LM=AR:AL$$

$$\text{или } BD:OM=AR:AL$$

въ другомъ же наклоненномъ треугольникѣ *abd*, для тойже причины (§. 92.), имѣютъ мѣсто такія пропорціи.

$$ar:al=br:lo=dr:lm$$

и взявъ разность предыдущихъ и послѣдующихъ членовъ (§. 113. нум. 2 Ариѳ.), будетъ

$$ar:al=br-dr:lo-lm \text{ т. е. } bd:mo.$$

Но понеже въ обоихъ случаяхъ высоты AL = *al*, и основанія BD = *bd* равны между собою: то будетъ и OM = *om*.

Такимже образомъ доказывается равенство линій ON и *on*, NM и *nm*. Ч. н. д.

ПРИВЛЕЧЕНІЕ

§. 247. Таже Теорема служитъ въ разсужденіи четырехъ угольныхъ и другихъ многоугольныхъ пирамидъ, которыя имѣютъ равныя основанія и высоты; понеже основанія ихъ на треугольники, а самыя пирамиды на другія подобныя треугольныя раздѣляются.

ТЕО.

ТЕОРЕМА XXXI.

Фиг. 119. §. 248. Пирамиды, которыя имѣютъ равныя основанія и одинаковую перпендикулярную высоту, равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что пирамиды пересѣкаются на весьма тонкіе слои OMN и omn , и высота ихъ пусть будетъ весьма малая: то никто не будетъ сомнѣваться о томъ, что изъ одной такой пирамиды можно вырѣзавъ столькожъ равновысокихъ слоевъ, сколько и изъ другой, по причинѣ одинакой обоихъ ихъ высоты. Но когда всѣ такіе слои, которые, для тонкости своей, отъ треугольниковъ ONM и onm мало, или ничего не разнствуютъ, равны между собою; слѣдовательно оба такіа ихъ изъ равныхъ и равномерно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ частей, составляющихся, изъ чего и равенство обоихъ такихъ ихъ явствуетъ (§. 29. §1. Арие.).

ПРИБАВЛЕНІЕ.

Фиг. 131. §. 249. Также истинна касается до конусовъ прямыхъ и кривыхъ, имѣющихъ одинакое основаніе и одну ту же высоту, пошому что они почитаются за составленные изъ безчисленныхъ треугольныхъ пирамидъ; понеже основаніе ихъ состоитъ изъ безчисленныхъ малыхъ треугольниковъ (§. 202.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 250. Доказательство, которое теперь изъяснено, помощію способа нераздѣльныхъ, учинено удобнымъ, о пользѣ котораго во всей Геометріи, какъ авторъ его Бонавентура Кавалерій, въ Геометріи о нераздѣльныхъ, такъ и Дешале мажемъ курсъ

курс. том. II. стран. 101. и слѣд. пространіе изъясняють. См. Марш. Кнорр. разсужд. о способѣ исчерпаемости и нераздѣльности.

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 251. Треугольная призма содержитъ въ себѣ три равныя пирамиды.

Фиг.
132.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже чрезъ линіи DB , BF и DC , вырѣзываются изъ призмы три пирамиды $BD-EF$, $ACBD$ и $CDFB$, изъ которыхъ двѣ первыя равны между собою, поколику имѣютъ равныя основанія (понеже $\triangle ABC = \triangle DEF$) и одинакую высоту $EB = FC$. Но пирамида $ACBD$ равна также послѣдней пирамидѣ $CDFB$, понеже, чрезъ діагональную линію CD , проводятся равныя основанія, то есть, $\triangle ACD = \triangle CDF$, и высота обѣимъ имъ есть общая; слѣдовательно три такія пирамиды равны между собою (§. 24. Ариѳ.). Сіе доказательство лучше изъяснено быть можетъ чрезъ вещественный образецъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 252. И всякая многоугольная призма содержитъ въ себѣ толщину трехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и одинакую высоту. Понеже оное шло на треугольныя призмы, а изъ сихъ каждая на треугольныя пирамиды раздѣлиться можетъ. И какъ каждая часть призмы есть втрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призма, въ разсужденіи цѣлой пирамиды, будетъ втрое больше (§. 119. и слѣд. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 253. Слѣдовательно цилиндръ есть втрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту (§. 202. 249.).

ЗАДА-

ЗАДАЧА LII.

§. 254. Вымѣрять толщину пирамиды и конуса.

РѢШЕНІЕ.

Круговое основаніе (§. 208.) умножь на высоту, изъ произведенія возьми третью часть (§. 245. 251. и слѣд.), — которая покажетъ толщину пирамиды, или конуса. Или, что все равно, умножь основаніе на третью часть высоты, или третью часть основанія на всю высоту.

ЗАДАЧА LIII.

Фиг. 133. §. 255. Найти толщину безголоваго конуса AD.

РѢШЕНІЕ.

Когда дана высота тѣла $HF = AE$, также поперешникъ основанія и верхняго круга: то.

1. Возьми разность полупоперешниковъ $CF - AH = CE$, и представь, что высота HF продолжается до тѣхъ поръ, пока въ точкѣ G не соединится съ нею продолженный бокъ AC и не означитъ верьху всего конуса, потѣмъ.
2. Понеже $\triangle ACE \sim \triangle GCF$ (§. 92.): то посылай, $CE : AE = CF : FG$.
3. Сыскавъ цѣлаго конуса высоту FG и поперешникъ основанія, найди толщину его (§. 254.); потѣмъ, понеже известна малаго недостаточествующаго конуса высота GH и основаніе AB , найди также толщину его, и

4. Наконецъ конусъ GAB вычти изъ цѣлаго конуса GCD , остатокъ покажетъ толщину безголоватаго конуса AD .

ЗАДАЧА LIV.

§. 256. Найти толщину пяти правильныхъ тѣлъ.

РѢШЕНИЕ.

Измѣреніе *Тетраэдра*, или простой пирамиды, и *Октаэдра*, то есть двойной пирамиды, также куба, или *Эксаэдра*, явствуемъ изъ выше показанныхъ правилъ (§. 233. 254.). О *Додекаэдрѣ* и *Икосаэдрѣ* извѣстно то, что они состояются изъ столькохъ пирамидъ, въ срединѣ, такъ какъ въ центрѣ соединяющихся, сколько въ имѣютъ граней (§. 228.). И такъ одной такой пирамиды толщина, помощію основанія и высоты, найденная и на число граней умноженная, покажетъ толщину всего тѣла.

ЗАДАЧА LV.

§. 257. Вымѣрять поперьжности призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.

РѢШЕНИЕ.

1. Понеже поперьжности призмы и пирамиды суть плоскія, о измѣреніи которыхъ довольно говорено было въ предыдущей главѣ: то и здѣсь упоминать о томъ больше не слѣдуетъ.
2. Для поперьжности цилиндра. Окружность основанія (§. 129.) умножь на его бокъ, или на высоту его, къ произведенію придай поперьжности основаній (§. 208.), такимъ образомъ будетъ извѣстна поперьность цилиндра.

3. Для поперѣжности конуса прямаго. Половинную окружность основанія умножь на бока конуса, произведеніе покажетъ площадь, выключая основаніе. Понеже поперѣжность прямаго конуса равняется такому сектору, котораго дуга равна окружности основанія въ конусѣ, а полуперпендикуляръ равенъ боку тогожъ конуса (§. 211). См. Таквеш. Теор. выбран. изъ Архимед. пред. 13. Геом. основ. сѣран. 305. Стурм. изъясн. матем. сѣран. 106.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 258. Призмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѣютъ сложное содержаніе основаній и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже толщина упомянутыхъ тѣлъ находится, умножая основаніе, или на всю высоту, или на прѣтую ея часть; того ради имѣютъ они сихъ произведеній, то есть, основаній и высотъ умноженное, или сложное содержаніе (§. 86. Ариѳ.) Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 259. Ежели основанія ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ высоты; а ежели высоты ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг. 134. §. 260. Чего ради кубъ къ цилиндру въ немъ написанному имѣетъ такое содержаніе, какое квадратъ полуперпендикула къ кругу. то есть, по Архимд. какъ 14:11, по Цейлен. какъ 1000:785, по Мец. какъ 452:355 (§. 207.).

ТЕО.

ТЕОРЕМА XXXIV.

§. 261. Подобные параллелепипеды содержатся между собою по утроенному содержанию сходственных боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже, для сысканія площади параллелепипеда, употребляются три множителя, то есть длина и высота основания, и высота всего тѣла (§. 245.). Но какъ сии множители, когда тѣла суть между собою подобныя, имѣютъ одинаковое содержаніе; того ради и самыя площади имѣютъ утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ (§. 86. Ариѳ.). Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 262. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призмахъ, кои суть половинныя четырехугольныхъ (§. 239.), и о всѣхъ другихъ, которыя составляются изъ треугольныхъ, то есть о многоугольныхъ призмахъ, и о самыхъ цилиндрахъ (§. 244.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 263. Тоже утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ или высотъ принадлежитъ пирамидамъ и конусамъ между собою подобнымъ. Понеже пирамиды изъ призмъ, а конусы изъ цилиндровъ, имѣющихъ одинакое основаніе и высоту, суть третья часть.

ТЕОРЕМА XXXV.

§. 264. Цилиндръ А къ шару по немъ Фиг. написанному В содержится такъ, какъ ^{135.}

3 : 2.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели квадратъ ABCD вмѣстѣ съ написанною въ немъ четвертью круга ACB, Фиг. и треугольникомъ ABD, обернется около ^{135.}

3

линии

линіи АВ: то отъ обращенія квадрата ABCD цилиндръ (§. 224.), отъ обращенія четверти круга ABC половина шара (§. 223), и отъ обращенія треугольника ABD конусъ (§. 225) произойдутъ, и сіи при произшедшія тѣла будутъ имѣть одно основаніе и одну высоту. Для сысканіяжъ между сими тѣлами пропорціи, сравнимъ самыя тоненькія ихъ слои, кои происходятъ отъ разрѣза линіи EF. Понеже линія EF, естли бы вѣ трехъ тѣхъ тѣлахъ слѣдала разрѣзъ параллельный съ основаніемъ, вездѣ бы какъ вѣ цилиндрѣ, такъ вѣ половинѣ шара и конусѣ произвела круги. Итакъ пусть будетъ EG вмѣсто полупоперешника разрѣза конического, EI вмѣсто полупоперешника разрѣза сферического, и EF вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго; или, понеже $EF = BI$ (§. 19.), пусть будетъ BI вмѣсто полупоперешника разрѣза цилиндрическаго, а $EB = EG$ (§. 92.), вмѣсто полупоперешника разрѣза конического. Но когда такіе разрѣзы, такъ какъ круги, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое и квадраты ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 205.): то, естли вѣ прямоугольномъ треугольникѣ EBI изъ квадрата ипотенузы BI вычтется $\square EB$, останется $\square EI$ (§. 196.), то есть, естли изъ разрѣза цилиндрическаго отнимется разрѣзъ коническій: то останется разрѣзъ сферическій. Но какое содержаніе имѣютъ разрѣзы, или самыя тоненькіе слои, такое будутъ имѣть и самыя тѣла, потому что разрѣзы

разрѣзы суть подобныя нѣсколькимъ частямъ своихъ равновысокихъ шѣлъ (§. 248.); следовательно, когда конусъ есть претвѣ часть цилиндра (§. 253.), вычепши оный изъ сего, остатокъ $3 - 1 = 2$ будетъ содержаніе половины шара, или цѣлаго шара; чего ради цилиндръ къ шару въ немъ написанному со- держится такъ, какъ $3 : 2$. Ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 265. Такимъ же образомъ изъ слав. фабр. до- казываетъ сію пропорцію Спурмій изъясн. матем. спран. 169. См. при томъ Кавалер. Геом. о нераз- дѣл. спран. 479. Первый такое сравненіе употребилъ Архимедъ, и описалъ оное въ своемъ сочиненіи о шарѣ и цилиндрѣ, и почелъ сію Теорему такъ высоко, что приказалъ на гробницѣ своей вырѣзать шаръ написанный въ цилиндрѣ. По сей примѣтъ Цицеронъ наше въ гробницу Архимедову. См: Tusc. quæst. kn. 5. gl. 23.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 266. Кубъ поперешника пѣ шару пѣ немъ написанному содержится по Фиг. 137. Архимед. какъ $21 : 11$, по Цейлен какъ $300 : 157$, по Мец. какъ $678 : 355$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. По Архимед. содержаніе куба и ци- линдра одинакой высоты, есть какъ $14 : 11$ (§. 260.); следовательно содержаніе куба и шара будетъ какъ $14 : 7\frac{1}{2}$ (§. 264.), или оба чѣла умноживъ на три, какъ $42 : 22$, и опять оныя раздѣливъ на два, будетъ какъ $21 : 11$ (§. 119. 120. Ариѳ.).

2. По Цейден. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 1000: 785. (§. 260.), и содержаніе куба къ шару будетъ какъ 1000: $523\frac{1}{3}$ (§. 264.), или оба числа умноживъ на-три, какъ 3000: 1570, и опять оныя раздѣливъ на-десять, будетъ какъ 300: 157 (§. 119. 120. Ариѳ.).

3. По Мец. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты, есть какъ 452: 355, а куба и шара какъ 352: $236\frac{2}{3}$, или какъ 678: 355. Ч. н. д.

ЗАДАЧА LVI.

§. 267. Вымѣрять толщину шара.

РѢШЕНІЕ.

Возьми поперешникъ шара за радикасъ, и изъ онаго, чрезъ умноженіе на свой квадрашъ, сдѣлай кубъ (§. 156. Ариѳ.), помножь къ числамъ 300: 157, или 21: 11, и къ найденному кубу найди четвертое пропорціональное число (§. 115. Ариѳ.), которое покажетъ толщину шара.

ТЕОРЕМА XXXVII.

§. 268. Шаръ равенъ конусу, или такой пирамидѣ, коей основаніе равно наружной поперѣжности шара, а высота полупоперешнику его.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ежели всякая маленькая частица сферической поверхности будетъ принята за круговое основаніе какого конуса, или такой угловатой пирамиды, коей бока соединяются въ центрѣ шара: то видно, что шаръ составляется изъ безчисленныхъ такихъ конусовъ,

нусовъ, или малыхъ пирамидъ, коихъ высота общая есть полупоперешникъ шара; следовательно, еслили малые конусы и пирамиды будутъ соединены въ одно такое подобное тѣло, которое имѣетъ вмѣсто основанія наружную поверхность шара, и высоту равную полупоперешнику его (§. 259.), то сходствуетъ оно съ шаромъ. Ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 269. Какъ уже доказано выше сего (§. 263.), что подобные конусы имѣютъ утроенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или высотъ, и притомъ известно, что шаръ можетъ сравниться съ конусомъ: то видно, что и шары, такъ какъ всегда подобные между собою, имѣютъ утроенное содержаніе поперешниковъ, или полупоперешниковъ, то есть, содержатся между собою, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 261.).

ТЕОРЕМА XXXVIII.

§. 270. Поверхность шара есть пчеперо больше самаго большаго круга, который описывается полупоперешникомъ тогожъ шара.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Понеже шаръ равняется такому конусу, коего основаніе есть поверхность шара, а высота полупоперешникъ его (§. 268.): то слѣдуетъ, что толщина шара произойдетъ, когда поверхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 254.); следовательно, принявъ за полупоперешникъ 100, площадь самаго большаго круга будетъ 7850 (§. 203.), а толщина цилиндра, которой равную съ шаромъ, то есть поперешнику

его равную высоту имѣетъ, была бы 785000 (§. 245.), изъ котораго числа только $\frac{2}{3}$ шаръ въ себѣ содержитъ (§. 264.), то есть $523333\frac{1}{3}$, и сію смѣшенную дробь приведши въ чистую, произойдетъ толщина шара $\frac{1570000}{3}$ (§. 135. Ариѳ.), которую раздѣля на одинъ множитель, отъ котораго она произведена была, то есть, на $\frac{1}{6}$ поперешника $= \frac{100}{6}$ (§. 145. Ариѳ.), произойдетъ другой множитель, или шара поверхность $= 31400$, которая точно есть вчетверо больше самаго большаго круга 7850. См. Таквеш. Теорем. выбран. изъ Архимед. пред. 24. и Гулдин. о центрѣ тяжести кн. 4. стран. 339. Ч и д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Чего ради, поперешникъ 100 умноживъ на окружность самаго большаго круга 314, будетъ известна поверхность шара 31400. Понеже полупоерешникъ, на половину круга умноженный, производитъ площадь круга (§. 203.). По чему двойное, будучи умножено на двойноежъ, производитъ четверное.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И потому поверхность шара равняется такому продолговатому четырехугольнику, коего бока суть поперешникъ шара, и окружность самаго большаго круга.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 273. Изъ чего выводится другой способъ вымѣрять шаръ; то есть, поверхность шара должно умножить на третью часть полупоерешника, или полупоерешникъ умножается на третью часть поверхности (§. 254.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 274. Изъяснить кубъ,

РЕШЕНІЕ.

Изъ даннаго кубическаго бока сдѣлай кубическое число, удвой оное, и изъ удвоеннаго извлеки кубическій радикалъ (§. 158. Ариѳ.),

Арие.), которой будетъ показывать бокъ двойнаго куба.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 275. Равнымъ образомъ находится многочастный кубъ всякаго даннаго куба. И чѣмъ сѣ самое сокращенно могли дѣлать Геометры. то сочинили они особливвыя таблицы, въ коихъ принявъ бокъ простаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго, бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извлеченіе радикала изъ куба двойнаго, тройнаго и проч. за найденный почитаютъ. Примѣръ такой таблицы, для кубическаго бока, на 100 частей раздѣленнаго, при семъ предлагается

кубы мног.	бокъ	куб.	бокъ	куб.	бокъ
1	100	18	26	35	327
2	125	19	26	36	330
3	144	20	27	37	333
4	158	21	27	38	336
5	170	22	28	39	339
6	181	23	28	40	341
7	191	24	28	41	344
8	200	25	29	42	347
9	208	26	29	43	350
10	215	27	30	44	353
11	222	28	30	45	355
12	228	29	30	46	358
13	235	30	31	47	360
14	241	31	31	48	363
15	246	32	31	49	365
16	251	33	32	50	368
17	257	34	32		

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 276. И когда шары имѣютъ такое содержаніе, какое кубы ихъ поперешиковъ, или полупоперешиковъ (§. 269.): то, ежели изъ бока двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешика, составится шаръ, будетъ онъ

вдвое больше первого, который вмѣсто поперешника имѣлъ бокъ простаго куба. Такимъ же образомъ и далѣе шаръ умножается.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 277. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. Делійская (Delicum) называется потому, понеже, какъ слышася, Делійскимъ жителямъ, спраждающимъ морскую язву, оракулъ отвѣщивалъ такимъ образомъ, чтобъ они удвоили жертвенникъ, который имѣлъ кубическую фигуру. См. вистривъ. Ахриш. кн. 9. гл. 3. Фил. пов. 36. комм. ш. на 1. кн. послѣд. анализъ коего слова повториетъ Б-штинъ. *avag. matbet.* стран. 642. Первый Иппократъ показавъ что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имже удвоеннымъ найдены будутъ двѣ среднія пропорціональныя линіи, и первый изъ нихъ будетъ изъша, за бокъ двойнаго куба. (§. 122.). Но для практики полезнѣе шомъ способъ, который теперь предложенъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 278. До сихъ мѣстъ говорено было о измѣреніи Геометрическихъ тѣлъ, коихъ классы выше сего уже опредѣлены, остается еще упомянуть о измѣреніи только такихъ тѣлъ, которыя случаются въ практикѣ, и имѣютъ собою особливые изображенія.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 279. Вымѣрять кучу зеренъ.

РѢШЕНІЕ.

- Фиг. 138.
1. Сдѣлай сперва то, чтобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную высоту, и основаніе ея приведено было въ прямоугольную фигуру.
 2. Потомъ возьми машпакъ, раздѣленный на малыя части, на пр. такой, чтобъ футъ

Футъ раздѣленъ былъ на дюймы и линѣи, и онымъ вымѣряй длину и ширину основанія DN , и верхняго прямоугольника AF (ибо зѣрна, будучи слізкія, когда ссыпаются въ кучу, обыкновенно дѣлаютъ основаніе кучи DN ширѣ прямоугольника верхней поверхности AF), и умноживъ длину на ширину, будетъ извѣстна площадь обоихъ прямоугольниковъ DN и AF .

3. Сложи обѣ площади, и половину суммы возьми за среднее, или уравненное основаніе (§. 107. Ариф.).
4. Вымѣряй также толщину зеренъ tn , и оную умножь на уравненное основаніе, произведеніе покажетъ толщину призмы, которая равна кучѣ, опредѣленную кубическими частницами принятаго масштаба (§. 245.).
5. По тому же масштабу смѣряй поперешникъ и высоту цилиндрической мѣрки M , и найди толщину ея.
6. Наконецъ толщину кучи раздѣли на толщину цилиндрической мѣрки, частное число покажетъ, сколько мѣрокъ содержитъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зѣрна.

ЗАДАЧА LIX.

§. 280. Вымѣрять костеръ дровъ.

РѢШЕНІЕ.

Куча, или костеръ дровъ AD , обыкновенно складывается на подобіе прямоугольной призмы, и для измѣренія ея употребляется сажень, или квадрашъ, коего бока

по большей части содержитъ въ себѣ шесть футовъ. И такъ надлежитъ только сыскать поверхность продолговатаго чепыреугольника AC , вымѣривъ саженью основаніе BC , и высоту AB , и между собою умноживъ, произведеніе покажетъ число сажень (§. 158.). Еслили жъ сверхъ передняго ряда болѣе подобныхъ рядовъ наложено будетъ, въ такомъ случаѣ найденныя сажени умножаются на число сихъ рядовъ, и такимъ образомъ бываетъ известна ширина всего коспра. На пр. линіи BC содержитъ въ себѣ 50 сажень $AB = 6$ саж. слѣдовательно, еслили одинъ только будетъ рядъ дровъ, весь косперъ будетъ содержать въ себѣ 300 сажень. Предсавъ, что на линіи CE наложено три ряда дровъ: то величина всего коспра AD будетъ состоять изъ 900 сажень.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 281 *Визиръ* (*baculus cylindrimetricus*), по Нѣмец. (*eine cylindrische Visir-Ruthe*) называется такій масштабъ, помощію котораго измѣряются цилиндры такъ коротко, что тотчасъ узнать можно, сколько малыхъ цилиндровъ содержитъ въ себѣ большій цилиндръ.

ЗАДАЧА LX.

§. 282. Сдѣлатъ Визиръ.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 1. Прежде всего возьми по изволенію, вѣ-
140. сто мѣры, малый цилиндръ bc , (но лучше всегда брать такій, который бы имѣлъ поперешникъ больше, нежели высоту.).

2. Потомъ на длинной дощечкѣ проводи линію АС, и къ оной подѣ прямымъ угломъ приложи АВ $\equiv ab$, то есть поперешиникъ маленькаго кувшина, или цилиндра.

Фиг.
141.

3. Тотъже поперешиникъ АВ перенеси нѣсколько разъ на линію АС, и произшедшія изъ того раздѣленія означь квадратными числами единицъ 1. 4. 9. 16. 25. 36. и проч.

4. Ипотенузу В 1 взявши циркулемъ, изъ А перенеси въ 2, и В 2 изъ А поспавъ $\equiv A_3$, также В 3 сдѣлай $\equiv A_4$ и проч. Равнымъ образомъ раздѣли и прочія разстоянія, которыя находятся между квадратными числами.

5. Къ линіи АС, такимъ образомъ раздѣленной, приложи палку, сдѣланную изъ твердѣйшаго дерева, и на одиѣ ея бокѣ перенеси всѣ тѣ раздѣленія, означь оныя числами, а на другій ея бокѣ перенеси длины ас, взятаго по изволенію малаго цилиндра, и оныя также означь числами, и будетъ исправно изгнѣвленъ желаемый Визирь.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Извѣстно изъ Пифагоровой теоремы (§. 193.), что $\square АВ + \square А 1 = \square В 1$, и понеже АВ $\equiv А 1$: то будетъ $\square В 1 = А 2$ вдвое больше $\square АВ$; равнымъ образомъ $\square В 2 = 3 \square АВ$ и проч. И такъ, когда круги имѣютъ такое содержаніе, какое квадраты ихъ поперешиниковъ (§. 205-), видно, что А 2 есть поперешиникъ двойнаго круга, А 3 по-

поперешникъ тройнаго, и такъ далѣе. Чего ради, приложивъ такой масштабъ къ поперешнику даннаго цилиндра, тотчасъ будетъ извѣстно, сколько основаній, или круговъ кубина, или малаго цилиндра, который принявъ вмѣсто мѣры bc , содержишь въ себѣ круговое основаніе большаго цилиндра. Потомъ, еслии и бокъ de , на которомъ написаны высоты, приложить къ длинѣ большаго цилиндра, и найденное на ономъ число умножить на основаніе, произведеніе покажетъ, сколько въ большемъ цилиндрѣ содержишься меньшій (§. 245.). Ч. н. д.

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

Фиг. 142. 1. Возьми, вмѣсто мѣры, маленькій цилиндръ NO , коего высота равна поперешнику, то есть, $MN=MO$. Но такого цилиндра поперешникъ, высота и діагональная линія находятся слѣдующимъ образомъ: *a*) Найди толщину по изволению взятой маленькой цилиндрической мѣры, на пр. кружки, умноживъ круговое ея основаніе на высоту (§. 245.). *b*) Потомъ, понеже масштабъ, или цилиндрической Визиръ надлежитъ принаровить къ цилиндру, имѣющему равную высоту и основаніе, который должно умножить, какъ послѣ сказано будетъ, помощію равновысокаго куба, и извѣстно, что цилиндры и кубы, имѣющіе одинакую высоту, содержатся между собою, какъ основанія (§. 260.); того ради посылай, какъ 785 къ 1000, такъ найденная цилиндрической мѣры толщина содер.

держится къ кубу , имѣющему одинакую высоту. с) Изъ сего найденнаго четвертаго пропорціональнаго числа извлеки кубическій радикаль , и будетъ извѣстенъ бокъ куба , который припомъ покажетъ поперешникъ и высоту цилиндрической равновысокой мѣры. d) наконецъ , понеже $\square MN + \square MO = \square NO$ (§. 193.), удвой квадратъ поперешника MN , и извлеки изъ него квадратный радикаль , который покажетъ діагональную линію такой цилиндрической мѣры , которая имѣетъ равное основаніе и высоту.

2. Найденную діагональную линію такого цилиндра раздѣли на 100 равныхъ частей (§. 101.).

3. Понеже подобные цилиндры имѣютъ утроенное содержаніе ехотственныхъ боковъ (§. 262.), слѣдовательно и діагональныхъ (§. 92.); того ради изъ вышепредложенной таблицы кубовъ (§. 275.), вмѣсто діагональной линіи цилиндра , возьми числа цилиндра двойнаго , тройнаго , четвертаго и проч. и перенеси оныя на

Фиг.
143.

деревянную палку LR , означь числами многочаспныхъ цилиндровъ. Ежели такимъ Визиромъ вымѣряешь подобную діагональную линію : то потчасъ будетъ извѣстно , сколько въ большемъ подобномъ цилиндрѣ содержитсяъ малый.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 283. Оба Визира , приуготовленіе которыхъ теперь показано , особливо дѣлаются для измѣренія ботекъ. И такъ слѣдуетъ теперь изъяснить о томъ,
какъ

какъ находить толщину такого выпукловаго цилиндра.

ЗАДАЧА LXI.

§. 284. Вымѣрять толщину бочки.

РѢШЕНИЕ ПЕРВОЕ.

Фиг. 1. Понеже толщина бочки находится, когда
144. извѣстно, сколько кружекъ, или малыхъ цилиндровъ, изъ которыхъ каждый мѣрою въ одну кружку, содержитъ въ себѣ вся бочка: то возьми визиръ перваго рода (§. 281.), и пою его стороной, на которой написаны поперешники цилиндрической кружки, вымѣрай средней бочки поперешникъ EF , и крайней AC .

2. Помощь оные поперешники сложи въ одну сумму, и половину ея возьми за уравненное основаніе, которое можетъ служить вмѣсто цилиндра, равнымъ образомъ толстаго (§. 107. Арие).

3. Другою стороною визира, на которой означены высоты кружки, вымѣрай бочки длину AB , и умножь оную на уравненное основаніе, произведение покажетъ число кружекъ, которыя содержатся въ цѣлой бочкѣ (§. 245.).

РѢШЕНИЕ ВТОРОЕ.

1. Понеже въ Германіи винныя бочки обыкновенно дѣлаются такъ, что по большей части имѣющъ двойную длину уравненнаго поперешника. См. Io. Гаршм. Байер. *Vollkomene Vilmr - Kunst.* гл. 35. стран. 180. Если будетъ въ готовности визиръ втораго рода: то опусти его во впулку B

до С, число на ономъ изображенное покажетъ, сколько кружекъ содержишь въ себѣ половина бочки АЕСГ; слѣдовательно найденная половина бочки, взятая вдвое, покажетъ толщину всей той бочки. Обыкновенножь такіе визиры означаются двойными числами, чѣмъ, по измѣреніи линіи СЕ, поспѣшь можно было видѣть число двойнаго цилиндра АГ, изъ котораго соспавляется бочка.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 285. Явствуетъ изъ вышеобъявленнаго, что другіи визиры, который называется *треугольнымъ*, годится только для измѣренія такихъ цилиндровъ, или бочекъ, которыя подобную пропорцію съ малою цилиндрическою мѣрою, или съ цилиндромъ кружки, или двойную высоту уравненнаго поперешника имѣютъ. См. Байер. стран. 187.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 286. О такомъ визированіи пространствъ упоминаютъ Байеръ въ помянутой книгѣ, и въ *Стереометріи* лусет. издан. въ Франкфурт. при М 1692 года въ четверть листа, также въ Геом. Магари. См. Кеплер. сочин. издан. на Латинскомъ и Нѣмецкомъ языкѣ о *Стереометріи* бочекъ. На конецъ всю такую науку, помощію Аналитики, изъяснилъ сл. Гасій въ сочин. о визированіи издан. въ Виттембергѣ 1728. года. въ четверть листа.

ЗАДАЧА LXII.

§. 287. Найти толщину пнягого неправильнаго тѣла.

РѢШЕНІЕ.

1. Положи неправильное тѣло К въ сосудѣ Фиг. цилиндрической или призматической АД, 145. и сверхъ его налей воды, или насыпь песку, чѣмъ все тѣло К покрылось.

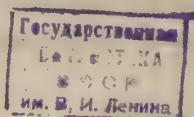
2.

2. Найди толщину цилиндра ED (§. 245.), въ которомъ содержатся налиная вода, и неправильное тѣло K.
3. Потомъ вынь неправильное тѣло K, и найди толщину опъ опустившейся воды произшедшаго цилиндра GD. Или, вылей воду, еслили тѣло не можеть способно содвинуться быть съ мѣста, и особливо найди толщину его. Наконецъ толщину воды GD вычтши изъ цилиндра ED, получишь пространство EH, которое сходствуетъ съ неправильнымъ тѣломъ, потому что оное тѣло прежде занимало сіе пространство.

ПРИМѢЧАНІЕ.

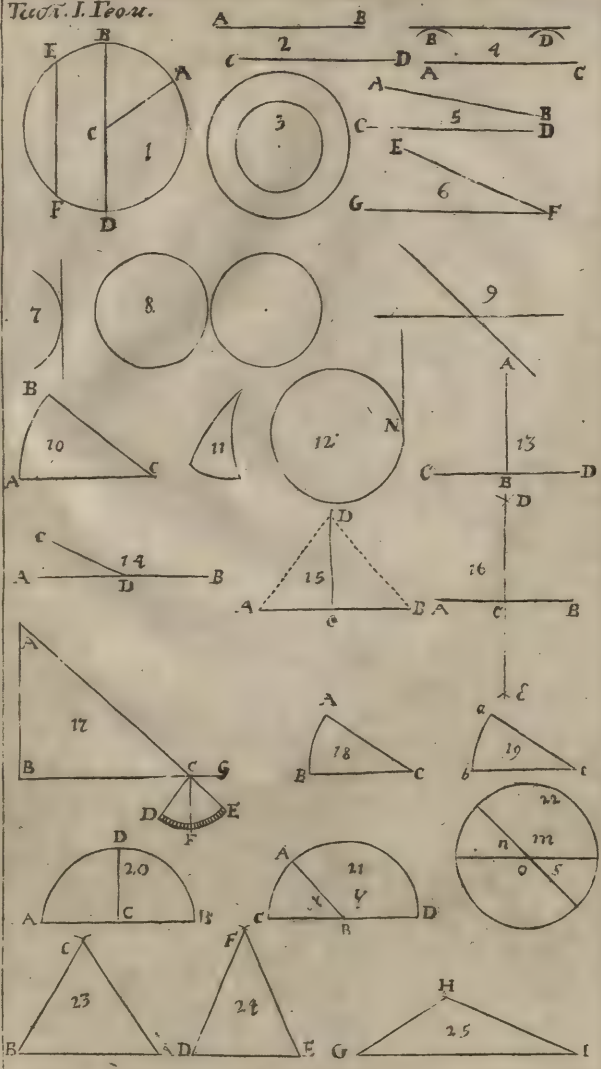
§. 288. Для изъясненія Геометрической практики полезны сочиненія Христофора Кларія. Даниля Швенпера, Адр. Та-кв-та, и сверхъ прочихъ сл. Пепера, которые въ Геометрической практикѣ упражнялись съ особливымъ прѣлѣжаніемъ. Сюдажъ принадлежитъ де Шал. практ. 7. том. II. Математическаго курса.

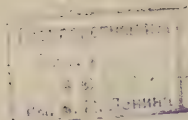
КОНЕЦЪ ГЕОМЕТРИИ.

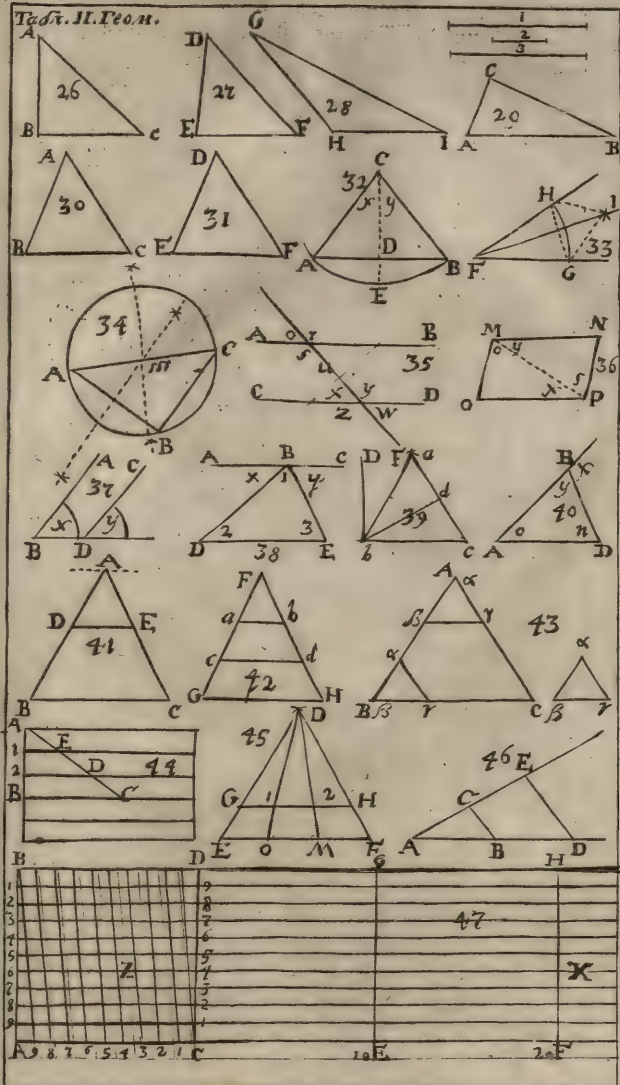


10200-64

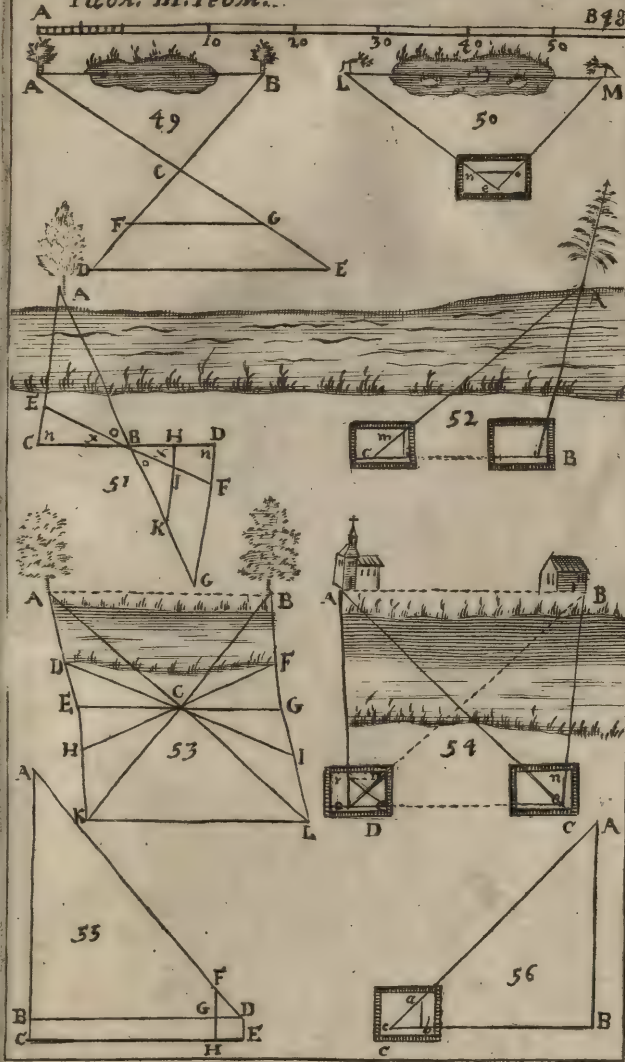
Уч. М. 1286

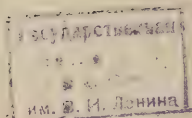


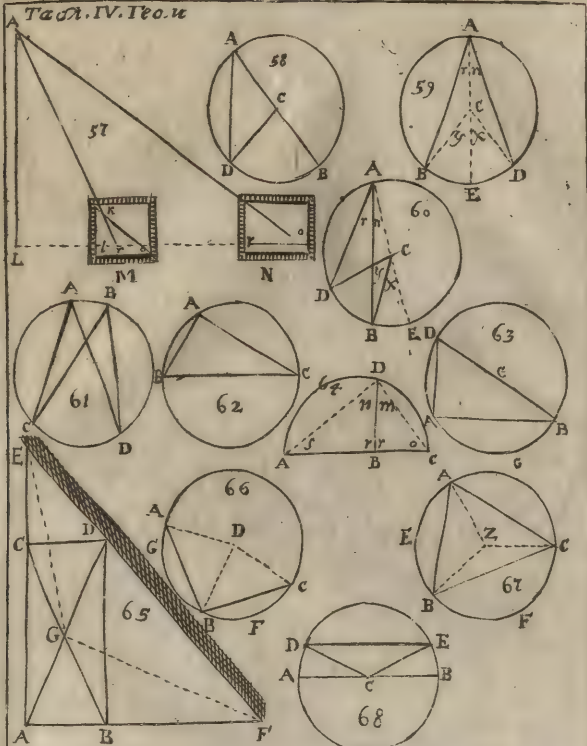




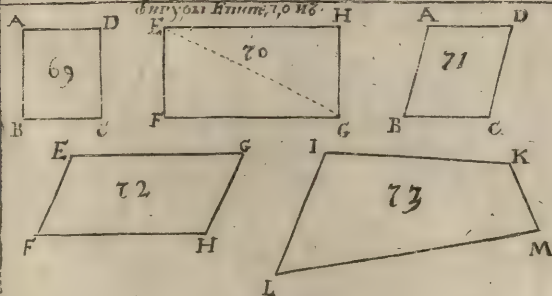
LIBRARY
OF THE
U. S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE
WASHINGTON, D. C.

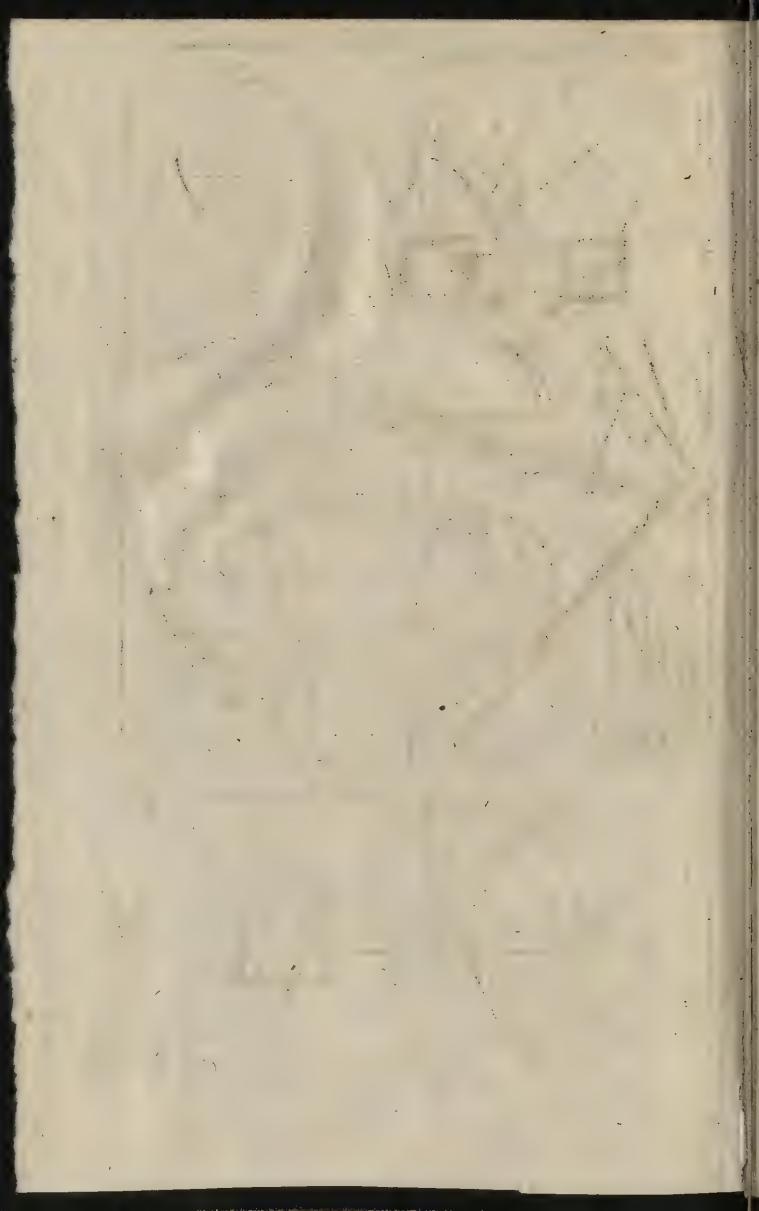


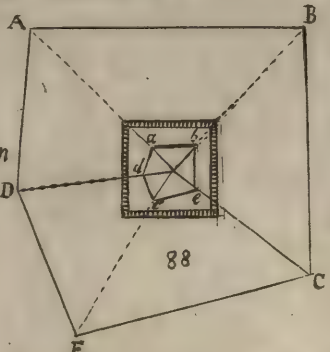
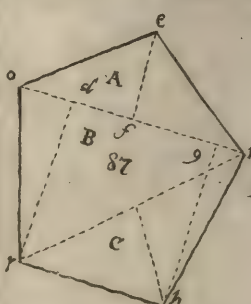
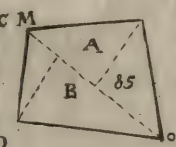
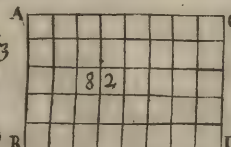
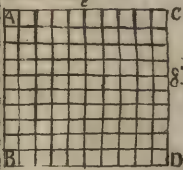
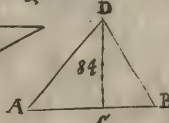
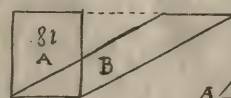
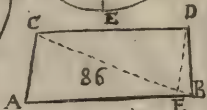
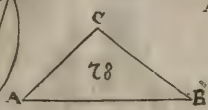
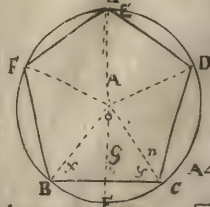
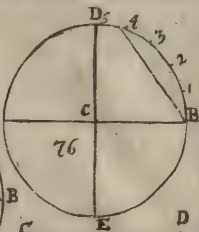
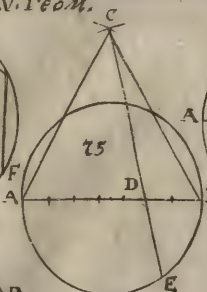
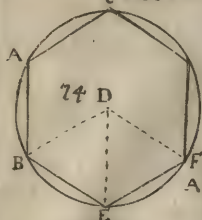


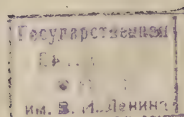


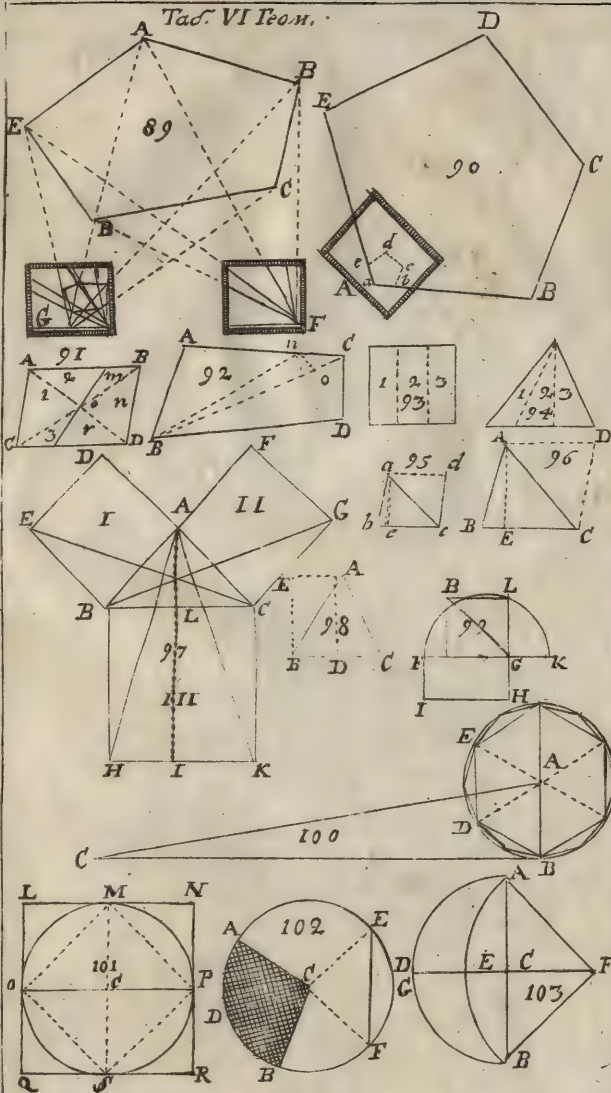
Вспомогательные фигуры, то же.

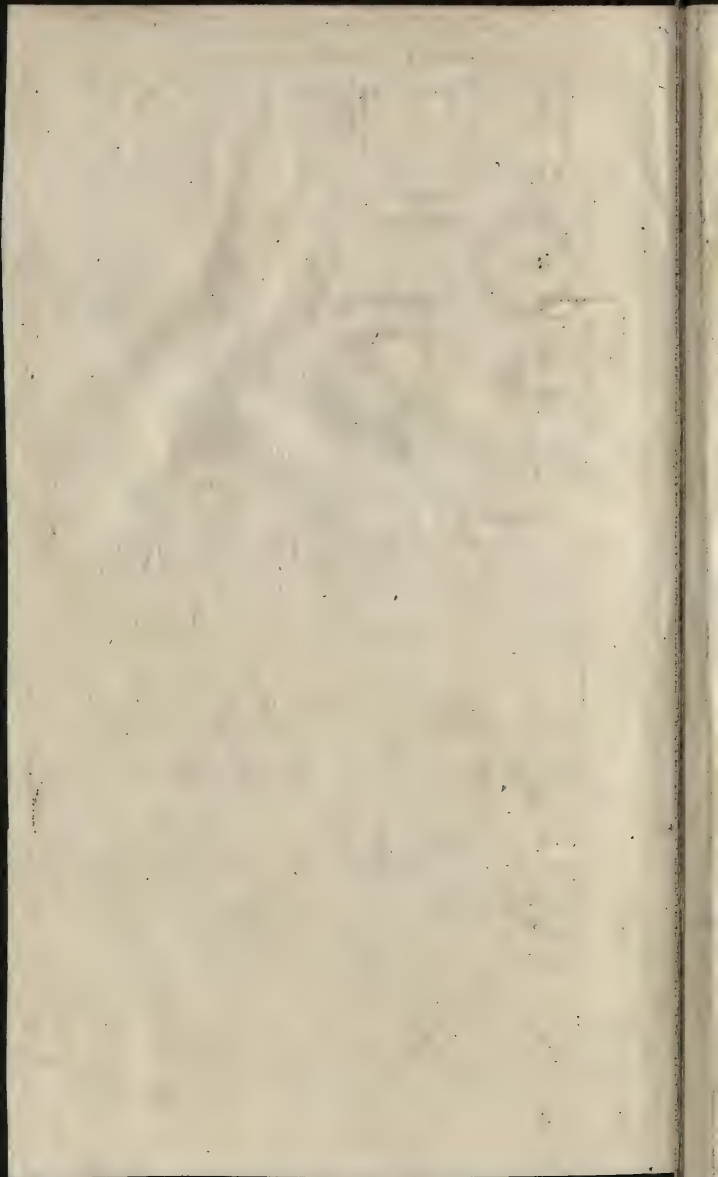


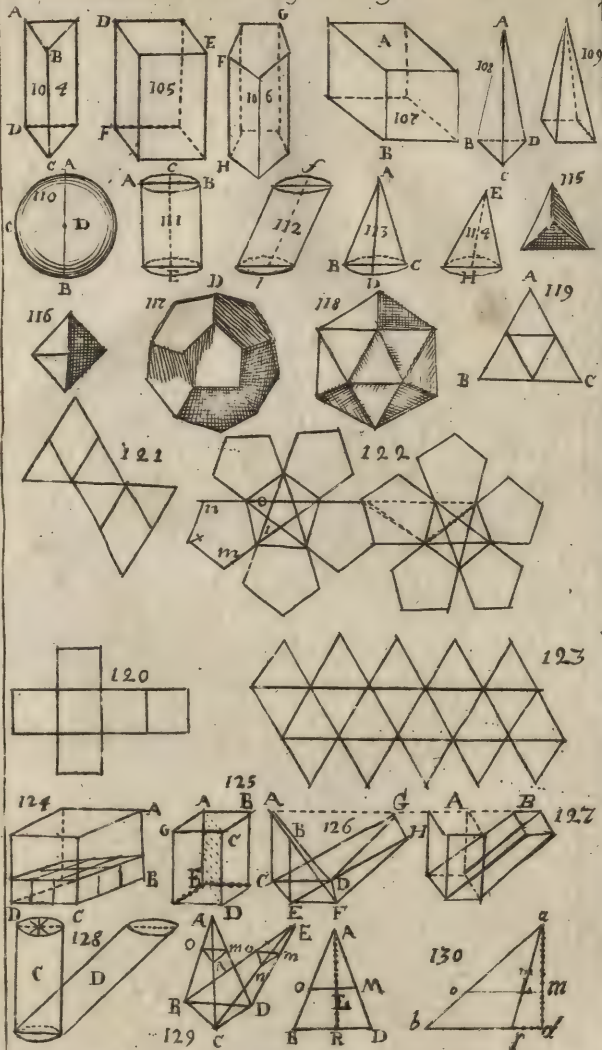


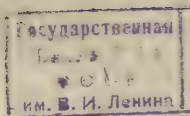


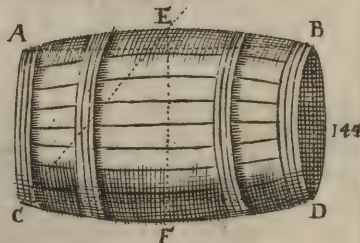
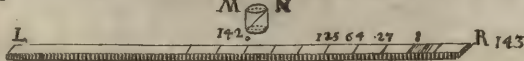
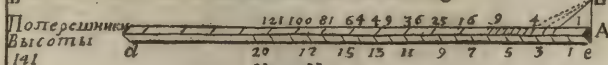
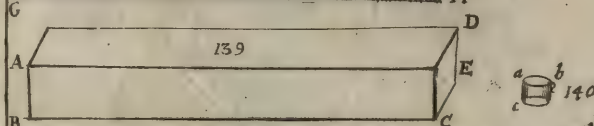
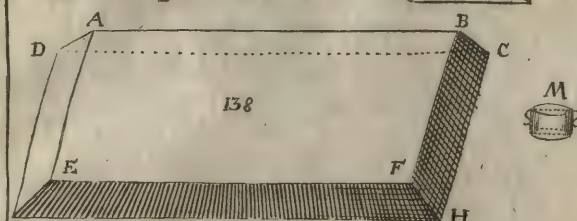
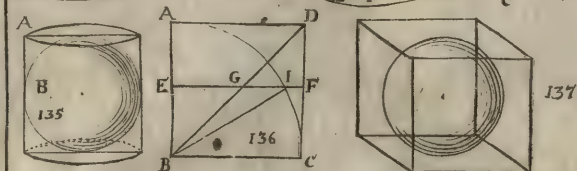
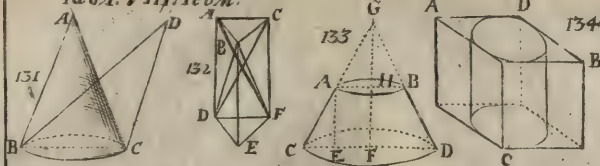






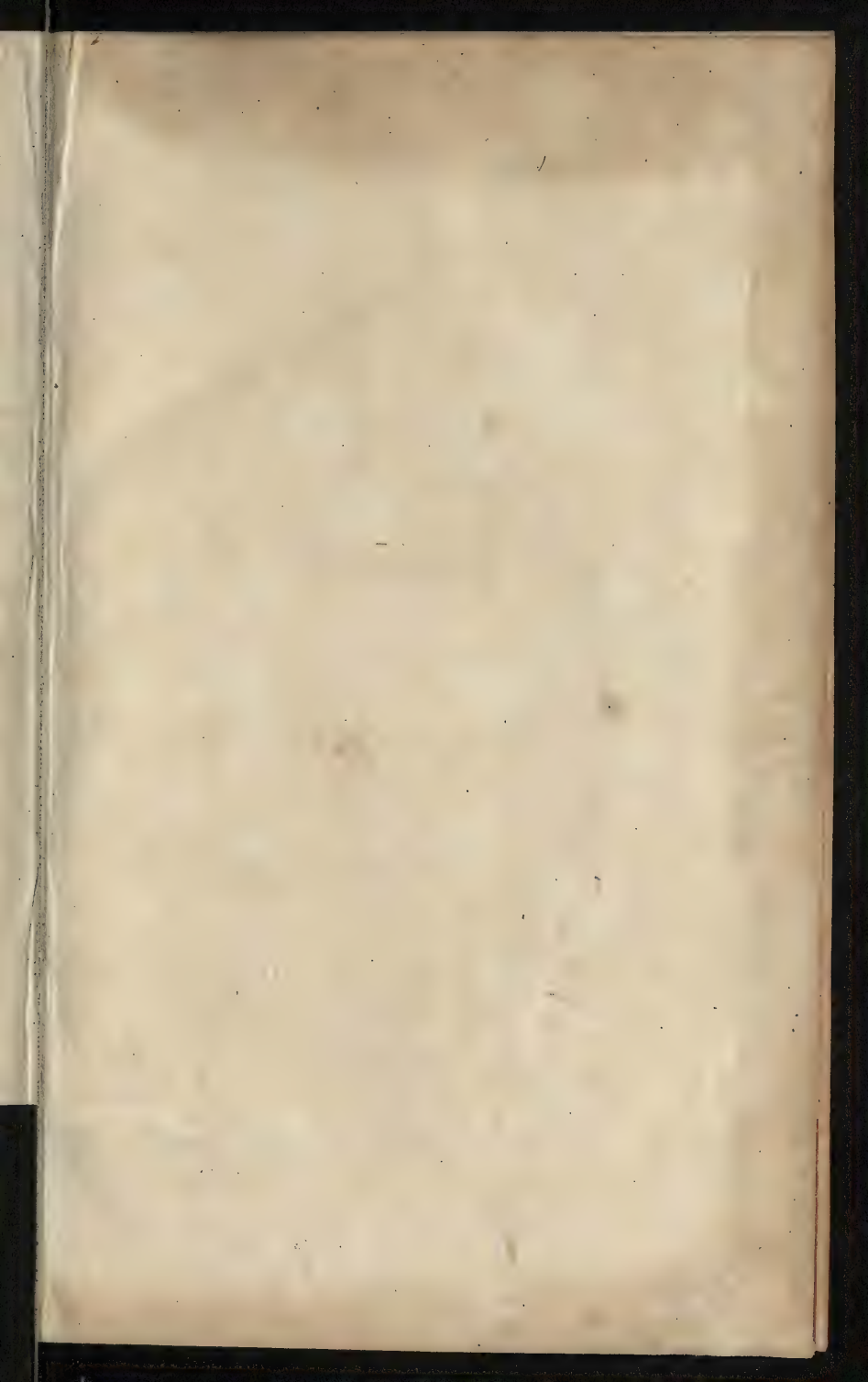






Судебная канцелярия

Государственная
Библиотека
им. В. И. Ленина



Уиб. НК III-1286





D
ФУ